OHIO STATE UNIVERSITY.

L'ÉVOLUTION

DE LA

MÉCANIQUE

Tous droits réservés

L'ÉVOLUTION

DE LA

MÉCANIQUE

PAR

P. DUHEM

CORRESPONDANT DE L'INSTITUT
PROFESSEUR DE PHYSIQUE THÉORIQUE
A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE BORDEAUX

PARIS
LIBRAIRIE SCIENTIFIQUE A. HERMANN
6, RUE DE LA SORBONNE

1905

L'ÉVOLUTION

DE LA MÉCANIQUE

INTRODUCTION

Au milieu du XIXe siècle, la Mécanique rationnelle semblait assise sur des fondements aussi inébranlables que ceux en lesquels Euclide a affermi la Géométrie. Sûre de ses principes, elle laissait paisiblement couler l'harmonieux développement de ses conséquences.

L'accroissement rapide, incessant, tumultueux des sciences physiques est venu troubler cette paix et inquiéter cette assurance, harcelée de problèmes nouveaux, la Mécanique s'est prise à douter de la fermeté des bases sur lesquelles elle reposait et elle a repris sa marche vers une évolution nouvelle.

Quelle route suivra-t-elle? Plusieurs voies s'of-

frent à sa vue; l'entrée de chacune d'elles s'ouvre large, bien aplanie; mais à peine y a-t-on parcouru quelque chemin que l'on voit la chaussée se resserrer, le tracé de la route devenir indécis; bientôt, on n'aperçoit plus qu'un étroit sentier, à demi effacé sous les ronces, coupé de fondrières, bordé d'abîmes. Parmi ces sentiers, quels sont ceux qui vont se perdre en quelque aride solitude, qui s'arrêtent court au bord d'un précipice? Où est celui qui mène au terme désiré, qui deviendra un jour la route royale? La Mécanique hésite, anxieuse, elle prête l'oreille à ceux qui la prétendent guider, elle pèse leurs avis discordants et ne sait encore auquel se confier.

Le directeur de la *Revue générale des Sciences* a désiré que l'état d'incertitude où flotte la Mécanique rationnelle fût exposé aux lecteurs de cette *Revue*, en une suite d'articles d'une ampleur inusitée [1]; il m'a fait le très grand honneur de me confier cet exposé, origine du présent livre. Certes, cet état de doute est, pour tout homme qui pense, un objet bien digne de méditation; car, du sort de la Mécanique, de la méthode selon laquelle elle développera ses théories, dépend la forme même de toute la Philosophie naturelle.

En énumérant les voies diverses qui, tour à tour,

1. Ces articles ont été publiés dans la *Revue générale des Sciences* le 30 janvier, le 15 février, le 28 février, le 15 mars, le 30 mars, le 15 avril et le 30 avril 1903. Qu'il nous soit permis de remercier ici M. L. Olivier de sa large hospitalité.

sollicitent les préférences de la Mécanique, en supputant les chances qu'a chacune d'elles de conduire à la solution des problèmes posés par la Physique, je ne me piquerai pas d'impartialité. Parmi ces routes, il en est une à laquelle je travaille depuis vingt ans, consacrant tous mes efforts à la prolonger, à l'aplanir, à la déblayer, à la rendre plus droite et plus sûre. Puis-je croire qu'au vain labeur de ceux qui en ont donné le premier tracé je n'ai fait qu'ajouter une peine inutile? Puis-je supposer que la Mécanique marchera dans une autre direction?

L'impartialité, d'ailleurs, est requise d'un juge: mais, entre les diverses tendances qui sollicitent la Mécanique, il n'est pas ici question de décider. C'est au fruit qu'on juge l'arbre; or, l'arbre de la Science croît avec une extrême lenteur; des siècles s'écoulent avant qu'il soit possible de cueillir le fruit mûr; à peine aujourd'hui nous est-il permis d'exprimer et d'apprécier le suc des doctrines qui fleurirent au XVII^e siècle.

Celui qui sème ne peut donc juger ce que vaut la graine, mais il faut qu'il ait foi dans la fécondité de la semence, afin que, sans défaillance, il suive le sillon qu'il a choisi, jetant des idées aux quatre vents du ciel.

PREMIÈRE PARTIE

LES EXPLICATIONS MÉCANIQUES

CHAPITRE PREMIER

LA MÉCANIQUE PÉRIPATÉTICIENNE

Au début de son *Traité de la Lumière*, Huygens définissait la « vraye Philosophie » celle « dans laquelle on conçoit la cause de tous les effets naturels par des raisons de Méchanique ». « Ce qu'il faut faire, à mon avis, ajoutait-il, ou bien renoncer à l'espérance de jamais rien comprendre dans la Physique. »

La plupart des physiciens consentiraient, je pense, à définir comme Huygens l'objet de leur science; ils s'accorderaient moins aisément entre eux s'il leur fallait déclarer ce qu'ils entendent par « des raisons de Méchanique ».

De même, les chimistes de tout temps et de toute École ont pensé que l'analyse a pour but de

résoudre un corps composé en ses éléments; cette affirmation, cependant, n'avait point le même sens pour un disciple d'Aristote ou pour un élève de Lavoisier; pour un scolastique, qui croyait tous les corps formés de terre, d'eau, d'air et de feu; pour un alchimiste, qui y cherchait du sel, du soufre, du mercure et de la terre damnée; pour un chimiste moderne, qui y décèle et y dose quelques-uns de nos quatre-vingts corps simples.

Ainsi, au cours des siècles et selon les vicissitudes des Écoles et des systèmes, le sens de ces mots : « Explication mécanique des phénomènes physiques » a incessamment varié, ballotté entre deux interprétations, opposées à l'extrême, qui en sont comme les limites. L'une de ces interprétations est issue de la puissante analyse d'Aristote; l'autre, longuement préparée par les atomistes de l'Antiquité et de la Renaissance, a pris sa forme achevée dans la pensée de Descartes. Traçons, tout d'abord, un rapide tableau de la Mécanique péripatéticienne et de la Mécanique cartésienne.

Par l'analyse de ce que nous disons, Aristote veut pénétrer ce que nous pensons, car le langage exprime la pensée; l'analyse de la pensée, à son tour, est l'analyse même de la réalité, car notre raison saisit ce qui est; la distinction des *catégories* est ainsi à la base même du système péripatéticien.

A la première catégorie, qui est celle de la *substance* (οὐσία), s'opposent les multiples catégories des *accidents*. Parmi les accidents, il en est qui ne sont pas inhérents au sujet en lequel ils se rencontrent; tel le *lieu* (τόπος), qui dépend de la rela-

tion d'un corps avec les corps qui l'environnent; mais il en est, au contraire, qui appartiennent en propre au sujet, et ceux-là se classent en deux catégories : la *quantité* (πόσον) et la *qualité* (ποῖον).

La quantité est nettement définie par le caractère suivant : Toute quantité d'une espèce donnée peut être obtenue par la juxtaposition, par la considération simultanée de quantités de même espèce et de grandeur moindre, et cela sans que l'ordre dans lequel on considère les quantités composantes influe sur la quantité résultante; ce caractère, Aristote l'exprime en disant que *la quantité est ce qui a des parties les unes hors des autres*, et les Modernes en disant que *la quantité est ce qui est susceptible d'addition*. Grâce à ce caractère, la comparaison de diverses quantités de même espèce peut toujours être ramenée, par une sorte de transposition, à la comparaison de diverses quantités d'une autre espèce et, particulièrement, à la comparaison de divers nombres. Par suite de cette transposition, qui constitue la *mesure*, la science des nombres, l'Arithmétique, devient la théorie générale de la quantité.

« *Qualité*, dit Aristote, est un de ces mots qui sont pris en beaucoup de sens. » Qualité, la forme d'une figure de géométrie, qui en fait un cercle ou un triangle; qualités, les propriétés sensibles des corps, le chaud et le froid, le clair et l'obscur, le rouge et le blanc; qualités aussi, mais *qualités occultes*, les propriétés qui ne tombent pas directement sous le sens, mais dont découlent certains effets perceptibles : la gravité ou la légèreté qui porte un corps vers le centre du monde ou l'en

éloigne, la vertu magnétique par laquelle le fer court à l'aimant.

Il est des qualités qui ne sont pas susceptibles de plus ou de moins ; un cercle n'est pas plus ou moins circulaire, un triangle n'est pas plus ou moins triangulaire. Mais la plupart des qualités sont susceptibles de plus ou de moins; comme la raideur de la corde que l'archer tend ou relâche, elles sont capables de *tension* ou de *rémission* ; un corps chaud peut être plus ou moins chaud.

Entre la grandeur d'une quantité et l'intensité d'une qualité existe une distinction profonde, essentielle, que l'on ne saurait marquer trop nettement. Toute quantité d'une grandeur déterminée peut être obtenue en ajoutant les unes aux autres diverses quantités de même espèce et de moindre grandeur, qui en sont les parties. Rien de semblable dans la catégorie de la qualité; des qualités peu intenses ne sont pas des parties, des fragments d'une qualité plus intense; juxtaposez comme bon vous semblera des corps dont l'intensité de chaleur soit celle de l'eau bouillante; vous n'en ferez pas un corps dont l'intensité de chaleur soit celle du fer rouge; entassez des boules de neige, disait Diderot, vous n'arriverez pas à chauffer un four; chaque degré d'intensité d'une qualité constitue, pour ainsi dire, une espèce à part; le degré de chaleur de l'eau bouillante est irréductible à tout autre degré de chaleur; il n'est pas contenu, comme une partie dans le tout, en un degré de chaleur plus intense ; il ne peut se fragmenter en degrés de chaleur moins intenses; *la notion d'addition n'a pas de prise dans la catégorie de la qualité.*

Parmi les accidents dont une substance est capable, il en est qui existent réellement en elle au moment où on la considère ; ils y sont *actuellement* ; c'est, en effet, par ce mot *acte*, *actus*, que les Scolastiques ont traduit le mot ἐντελέχεια employé par Aristote. D'autres accidents, au contraire, ne sont pas réalisés dans la substance ; ils y sont simplement possibles ; ils y sont *en puissance*, disent les Scolastiques, qui traduisent par le mot *potentia* le mot δύναμις employé par le Stagirite.

L'état actuel, l'état potentiel, n'épuisent pas tous les états sous lesquels on peut concevoir un accident ; il est un troisième état où la puissance et l'acte se trouvent liés d'une manière inextricable aussi bien qu'inexprimable : c'est l'état de *mouvement*, κίνησις.

Qu'est-ce, par exemple, que la fusion de la glace? En cette glace, l'état d'eau est en puissance ; si nous y considérons cet état comme purement en puissance, nous aurons l'idée de glace qui peut fondre, non de glace qui fond. Regarderons-nous simplement cet état d'eau comme en acte? C'est alors de l'eau que nous concevrons, ce n'est plus de la glace. Pour concevoir la fusion de la glace, il nous faut regarder l'état d'eau comme étant essentiellement en puissance dans la glace et, en même temps, comme y prenant acte.

Ainsi, dans l'analyse de tout mouvement, nous retrouvons une chose qui est conçue comme en acte au moment même qu'on la conçoit comme étant essentiellement en puissance. Le mot *mouvement* a pour objet d'exprimer cette union intime entre la puissance et l'acte, union dont le langage

humain ne peut essayer de rendre la nature sans décrire un cercle vicieux ; car, toujours et forcément métaphorique, il emprunterait au mouvement même le mot par lequel il essaierait de définir le mouvement. Tel est le sens de la célèbre proposition d'Aristote [1] : Ἡ τοῦ δυνάμει ὄντος ἐντελέχεια, ᾗ τοιοῦτον, κίνησίς ἐστιν, que les Scolastiques traduisaient en ces termes : *Motus est actus entis in potentia, quatenus in potentia est.*

L'exemple que nous avons choisi pour expliquer cette définition du mouvement, savoir la fusion de la glace, est bien loin de ce que nous entendons aujourd'hui par le mot mouvement; dans l'usage courant, ce mot désigne seulement le changement de lieu dans l'espace; le sens du mot mouvement est infiniment plus étendu dans la langue péripatéticienne; sans doute, le changement de lieu (κατὰ τόπον μεταβολὴ) caractérise un genre de mouvements, le *mouvement local*; mais, même si l'on se borne à considérer les choses corporelles, on y découvre une foule d'autres mouvements. Lorsqu'un corps fond, la qualité qu'exprime le mot *fluide* (ὑγρὸν) y passe de la puissance à l'acte; la qualité qu'exprime le mot *solide* (ξηρὸν) perd son état actuel pour ne subsister qu'en puissance; et cela aussi est un mouvement, mais un mouvement très distinct du mouvement local; un tel mouvement est nommé par Aristote ἀλλοίωσις, et par les Scolastiques *alteratio.*

La variété des mouvements d'altération est infinie; un corps qui s'échauffe ou se refroidit, une

1. Aristote : Φυσικῆς ἀκροάσεως, Γ, α.

flamme qui devient plus ou moins brillante, un morceau de fer qui s'aimante ou se désaimante éprouvent des altérations.

Les mouvements locaux, les mouvements d'altération n'épuisent pas encore la multitude des changements qui se produisent dans le monde des corps, par ces mouvements, les accidents seuls sont modifiés; or, il est des changements qui portent sur la substance même; tels sont ceux qui combinent des éléments pour former un mixte, qui dissocient un mixte pour régénérer les éléments. En effet, lorsqu'une mixtion se produit, les substances des éléments perdent leur existence actuelle; dans le mixte, elles ne sont plus qu'en puissance; on peut les en tirer de nouveau par l'analyse chimique, qui fait passer ces substances de la puissance à l'acte; il y a alors *corruption* (φθορὰ) du mixte et *génération* (γένεσις) des éléments.

Telles sont, marquées à grands traits, les notions auxquelles le physicien réduira tous les effets que présentent les corps; lorsque cette réduction sera faite, l'*explication* sera achevée.

Si l'on demande, par exemple, pourquoi l'aimant attire le fer, on répondra qu'en présence de l'aimant, la substance du fer est *altérée*, qu'elle acquiert une certaine qualité occulte, la vertu magnétique, et que la nature de cette vertu est de mouvoir le fer vers l'aimant. Les observations des physiciens pourront détailler cette explication; elles pourront préciser les marques particulières de la vertu magnétique et du mouvement qu'elle détermine; mais elles ne pourront rien découvrir

au delà de cette qualité, qui en soit l'explication; elles ne pourront la réduire à rien de plus élémentaire ni de plus simple, car elle est la cause propre et ultime des phénomènes observés.

CHAPITRE II

LA MÉCANIQUE CARTÉSIENNE

La renaissance des sciences au début du XVIIe siècle fut une réaction violente contre de semblables explications ; les qualités occultes étaient alors accablées de brocards ; grâce à la verve immortelle de Molière, l'éclat du rire qu'elles soulevaient a retenti jusqu'à nous. Ce serait une tâche curieuse et pleine d'enseignements philosophiques de suivre les péripéties de cette lutte entre la vieille Scolastique et la Physique nouvelle ; cette tâche, peut-être essaierons-nous quelque jour de la mener à bonne fin ; elle excéderait, en tout cas, les bornes de cet écrit.

Dirigées par des hommes qui, presque tous, étaient de grands géomètres, les tendances de la renaissance scientifique trouvèrent leur plein épanouissement et, pour ainsi dire, leur extrême aboutissement en la Physique cartésienne.

Avec Descartes, la notion de qualité est bannie du domaine entier de la Science qui devient le règne de la quantité pure, la *Mathématique universelle*.

Parmi les sciences, l'Arithmétique seule est sauve de toute notion empruntée à la catégorie de la qualité; seule, elle est conforme à l'idéal que Descartes propose à la science entière de la Nature.

Dès la Géométrie, l'esprit se heurte à l'élément qualitatif, car cette science demeure « si astreinte à la considération des figures qu'elle ne peut exercer l'entendement sans fatiguer beaucoup l'imagination. Le scrupule que faisaient les Anciens d'user des termes de l'Arithmétique en la Géométrie, qui ne pouvait procéder que de ce qu'ils ne voyaient pas assez clairement leur rapport, causait beaucoup d'obscurité et d'embarras dans la façon dont ils s'expliquaient ». Cette obscurité, cet embarras disparaîtront si l'on chasse de la Géométrie la notion qualitative de figure, pour n'y conserver que la notion quantitative de distance, que les équations qui relient les unes aux autres les distances mutuelles des points que l'on étudie. Bien que leurs objets soient différents, les diverses branches des Mathématiques ne considèrent en ces objets « autre chose que les divers rapports ou proportions qui s'y trouvent », en sorte qu'il suffit de traiter ces proportions en général, par les voies de l'Algèbre, sans se soucier des objets où elles se rencontrent, des figures où elles sont réalisées; par là, « tout ce qui tombe sous la considération des géomètres se réduit à un même genre de problèmes, qui est de chercher la valeur des racines de quelque équation »; les Mathématiques entières sont ramenées à la science des nombres; on n'y traite que des quantités, les qualités n'y ont plus aucune place.

Les qualités chassées de la Géométrie, il les faut

maintenant chasser de la Physique; pour y parvenir, il suffit de réduire la Physique aux Mathématiques, devenues la science de la quantité pure; c'est l'œuvre que va tenter Descartes : « Je ne reçois point de principes en Physique, dit-il, qui ne soient aussi reçus en Mathématiques. »

Qu'est-ce, tout d'abord, que la matière? « Sa nature ne consiste pas en la dureté, ni aussi en la pesanteur, chaleur et autres qualités de ce genre », mais seulement en « l'étendue en longueur, largeur et profondeur »; ce n'est rien autre que cette matière « divisible, mobile et douée de figure que les géomètres nomment quantité, et qu'ils prennent pour objet de leurs démonstrations ». La matière est donc quantité; la quantité d'une certaine matière, c'est le volume qu'elle occupe; un vaisseau renferme autant de matière, qu'il soit plein de mercure ou plein d'air. « Ceux qui prétendent distinguer la substance matérielle de l'étendue ou de la quantité, ou bien ne mettent aucune idée sous le nom de substance, ou bien ont l'idée confuse d'une substance immatérielle. »

Qu'est-ce que le mouvement, j'entends le mouvement local? Encore une quantité. Multipliez la quantité de matière que renferme chacun des corps d'un système par la vitesse qui anime ce corps; ajoutez ensemble tous ces produits, et vous aurez la quantité de mouvement du système; tant que le système ne heurtera aucun corps étranger qui lui cède du mouvement ou qui lui en emprunte, il gardera une quantité de mouvement invariable.

Ainsi, dans tout l'Univers, est répandue une ma-

tière unique, homogène, dont nous ne connaissons rien sinon qu'elle est étendue ; cette matière est divisible en parties de diverses figures, et ces parties sont mobiles les unes par rapport aux autres ; telles sont les seules propriétés véritables de ce qui forme les corps ; à ces propriétés doivent se réduire toutes les apparentes qualités qui affectent nos sens.

Certes, la conception d'une telle Physique est admirable de simplicité ; mais, à force de simplifier la Physique, à force de la vider de tout contenu qui ne serait pas purement géométrique, Descartes l'a réduite à un vain fantôme, incapable de représenter le monde des corps.

La matière cartésienne n'est que « l'étendue en longueur, largeur et profondeur ». Comment concevoir qu'une telle matière soit capable de mouvement[1], je dis de mouvement local, le seul qui soit en la nouvelle Philosophie ?

Pour qu'un corps soit dit en mouvement, il faut qu'il occupe un certain lieu à un certain instant de la durée, et un autre lieu à un autre instant ; on ne peut donc concevoir ce mouvement sans concevoir et que le lieu du corps a changé, et que le corps est resté le même. Or, quel sens peuvent avoir ces mots si le corps est identique à la partie de l'étendue qu'il occupe ? Peut-on, sans absurdité, dire qu'une même partie de l'étendue occupe successivement des lieux différents ? Ne suffit-il pas, suivant le pré-

1. Sur ce point, le lecteur consultera avec grand profit l'écrit suivant ARTHUR HANNEQUIN : *Essai critique sur l'hypothèse des atomes dans la science contemporaine*, livre I, chapitre II, § 5 (Paris, 1895).

cepte de Pascal, de substituer mentalement au défini la définition cartésienne du mot *corps* pour reconnaître que, dans la philosophie de Descartes, le mouvement implique contradiction? N'est-il pas clair que, pour concevoir le mouvement, il nous faut concevoir, en l'étendue, quelque chose qui soit distinct de l'étendue et qui demeure inaltéré alors que le lieu change?

La matière cartésienne est incapable de mouvement; le mouvement cartésien, à son tour, est incapable de servir à édifier une Mécanique.

Descartes ne veut voir, dans le mouvement comme dans la Physique tout entière, que ce qu'y aperçoit le géomètre. Or, le géomètre a-t-il une intuition directe et immédiate de l'état de mouvement? Non; dans le spectacle que lui offrent les corps, il ne peut saisir qu'un seul élément, la figure; le mouvement ne lui est donc saisissable que médiatement, par l'intermédiaire de la constatation que voici: aux divers instants de la durée, les corps sont disposés de manière à produire des figures différentes. Le géomètre peut donc déclarer qu'entre deux instants donnés, deux corps, A et B, se sont déplacés l'un par rapport à l'autre; mais de lui demander si c'est A qui a bougé, ou B, ou tous deux, il n'y faut pas songer; cette question n'aurait pour lui aucun sens; il ne connaît que le *mouvement relatif*.

Ce point n'échappe pas à Descartes, lorsqu'il définit le mouvement[1]: *le transport d'une partie de la matière, ou bien d'un corps, du voisinage des*

1. DESCARTES *Principia Philosophiæ*. Pars II, art. XXV.

corps qui le touchent immédiatement et que nous regardons comme en repos, au voisinage d'autres corps. Il insiste[1], d'ailleurs, de peur que sa pensée ne soit pas clairement comprise ; lorsque deux corps, qui étaient contigus, se séparent l'un de l'autre, il n'y a aucune raison pour attribuer le mouvement à l'un plutôt qu'à l'autre ; seules, l'habitude et la commodité nous guident, lorsque nous choisissons l'un de ces corps comme terme immobile.

Or, les lois de la Mécanique ne peuvent s'accommoder de ce caractère absolument relatif laissé à la notion de mouvement. Leur forme, universellement acceptée, entraîne cette conséquence : si elles sont conformes aux divers mouvements naturels quand on regarde comme fixe un des corps qui forment le monde, elles cesseront de s'accorder avec ces mouvements lorsqu'on attribuera la fixité à un autre corps. Les mouvements des astres, par exemple, s'accordent avec une certaine Mécanique Céleste lorsqu'on attribue la fixité aux étoiles ; ils violent cette même Mécanique lorsqu'on suppose la Terre immobile. Chaque explication mécanique du monde suppose que les mouvements sont rapportés à un corps fixe particulier[2] ; lorsqu'on change le corps fixe pris pour repère, on est obligé de changer la forme de la Mécanique.

1. Descartes : *Principia Philosophiæ*, Pars II, art. xxix, xxx.

2. Plus exactement, que les mouvements sont rapportés à un certain corps ou à un autre corps dont le mouvement, relativement au premier, se réduit à une translation uniforme.

Ce caractère étrange des lois de la Mécanique éclate en la loi même de l'inertie : Un point matériel, extrêmement éloigné de tout corps, se meut d'un mouvement rectiligne et uniforme. Supposons que cette loi soit vérifiée lorsqu'on rapporte le mouvement du point matériel à un certain corps regardé comme fixe; changeons notre repère; attribuons maintenant la fixité à un nouveau corps qui, tout à l'heure, était animé, par rapport au premier, d'un mouvement arbitraire; notre point matériel isolé va décrire la trajectoire que nous voudrons, suivant la loi qu'il nous plaira de lui imposer[1].

Lors donc que Descartes admettait[2] le principe de l'inertie, il oubliait lui-même à quelles conditions une explication est recevable en sa Physique.

1. On trouvera une étude historique complète de cette question dans l'ouvrage que voici HEINRICH STREINTZ *Die physikalische Grundlagen der Mechanik*, Leipzig, 1883.

2. DESCARTES *Principia Philosophiæ*, Pars II, art. XXXVII.

CHAPITRE III

LA MÉCANIQUE ATOMISTIQUE

« Tout cela, disait Leibniz, fait connoistre qu'il y a dans la Nature quelque autre chose que ce qui est purement géométrique, c'est-à-dire que l'étendue et son changement tout nud. »

La Physique est donc contrainte d'abandonner la forme d'explication mécanique, idéalement simple, que lui avait imposée Descartes; elle est forcée de mettre dans ses théories autre chose que des notions accessibles au géomètre, autre chose que de l'étendue pure et du mouvement purement relatif ; après s'être imprudemment élancée à la conquête d'une position indéfendable, elle se voit obligée de battre en retraite.

Mais, dans ce mouvement de recul, elle ne rétrograde que pas à pas; elle n'abandonne un pouce de terrain qu'après l'avoir énergiquement disputé; refoulée du Cartésianisme, elle se cantonne tout d'abord dans la position qu'elle occupait au moment où Descartes l'a entraînée plus avant, dans la doctrine atomistique que Gassendi avait empruntée à Empédocle, à Épicure et à Lucrèce, et

qu'il avait rajeunie. Lorsque Huygens parle de la « vraye Philosophie dans laquelle on conçoit la cause de tous les effets naturels par des raisons de Méchanique », c'est de la Philosophie corpusculaire qu'il entend parler.

Certaines parties de l'espace restent de l'étendue pure ; elles forment le *vide* ; d'autres, au contraire, sont occupées par une substance matérielle ; ces dernières consistent en volumes très petits, séparés les uns des autres par du vide ; chacun des *petits corps* ainsi semés dans le vide a une forme géométrique constante et des dimensions invariables ; sa *dureté* le défend contre toute déformation, contre toute pénétration, contre toute rupture ; il est physiquement insécable et mérite par là le nom d'*atome*.

Dans le vide, chaque atome se meut d'un mouvement rectiligne et uniforme jusqu'à ce qu'il vienne au contact d'un autre atome ; à ce moment, un *choc* se produit ; chacun des deux atomes reprend sa course avec un autre mouvement que celui dont il était animé avant le choc ; la distribution des vitesses après le choc dépend de la distribution des vitesses avant le choc et de la *masse* de chacun des deux atomes choqués, car chaque atome a une masse invariable.

Par quelle loi s'exprime cette dépendance entre les mouvements des atomes avant le choc et leurs mouvements après le choc ? Cette loi, l'expérience ne peut la faire connaître ; chacun des corps entre lesquels elle observe les effets du choc est la réunion déformable d'un nombre immense d'atomes. Il faut donc, pour la découvrir, recourir à

l'hypothèse, invoquer des raisons qui ne s'imposent pas sans conteste. De là, entre atomistes, des débats longs et passionnés.

Prônée par Huygens, la Physique atomistique persistera pendant tout le XVIII^e siècle, en dépit des éclatants succès remportés par la Physique newtonienne; Daniel Bernoulli en tirera une explication, demeurée classique, de la force expansive des gaz; en Suisse, autour des Bernoulli, se groupera une petite, mais brillante École de géomètres qui demeurera fidèle aux principes de la Philosophie épicurienne; même l'un de ces géomètres, Lesage, reprendra la tentative de Fatio de Duilliers et s'efforcera d'expliquer, par les méthodes atomistiques, les lois newtoniennes de l'attraction universelle.

Pour expliquer les effets que manifeste la nature corporelle, les atomistes n'appelaient pas seulement à leur aide les raisons purement géométriques, ils invoquaient encore la *dureté* des atomes; et plus d'un physicien en souffrait, qui voyait dans cette intervention un retour aux vertus et qualités de l'École. « Une chose qui me fait de la peine, écrit Denis Papin à Huygens[1], c'est ce que vous dittes que vous croyez que la dureté parfaite est de l'essence des corps : il me semble que c'est là supposer une qualité inhérente qui nous éloigne des principes mathématiques ou méchaniques : car, enfin, un atome, quelque petit qu'on le prenne, est pourtant composé de parties réellement dis-

1. D. PAPIN *à Christiaan Huygens*, 18 juin 1690 (*Œuvres complètes de* CHRISTIAAN HUYGENS, t. IX, p. 429).

tinctes et les unes hors les autres; la moitié orientale est réellement distincte de la moitié occidentale; de sorte que, si je donne un coup seulement à la partie orientale pour la pousser vers le midy, il n'y a aucune raison méchanique qui m'oblige à croire que la partie occidentale ira aussi du mesme costé; ainsi, il me semble que, pour s'en tenir absolument aux principes de Méchanique, il faut croire que la matière d'elle mesme n'a aucune liaison de parties, et que la dureté qui s'éprouve en certains corps ne vient que du mouvement des liqueurs environnantes qui pressent les parties moins agitées les unes vers les autres. »

A la même époque, Leibniz[1] et Malebranche[2] tentaient, par des raisons analogues, de maintenir une Physique aussi voisine que possible de la Physique cartésienne; selon ces deux grands philosophes, une matière homogène, divisible à l'infini, fluide, incompressible, emplissait l'espace; seuls, des mouvements tourbillonnaires en distinguaient les diverses parties; les pressions engendrées par ces mouvements tourbillonnaires expliquaient l'apparente dureté de ces parties et les actions qu'elles semblaient exercer les unes sur les autres.

Ainsi, le XVII[e] siècle est déjà près de finir que quelques grands esprits s'efforcent encore de suivre la méthode cartésienne, de ne recevoir en

1. LEIBNIZ *Theoria motus concreti, seu Hypothesis nova*; Moguntiœ, 1671.

2. MALEBRANCHE. *Réflexions sur la lumière et les couleurs* (Histoire de l'Académie Royale des Sciences, année 1699, Mémoires, p. 22).

leur Physique que la figure et le mouvement, enfin de traquer les qualités de l'École jusqu'en leur dernier refuge, la dureté des atomes épicuriens. Or, à ce moment même, surgit une Physique qui admet dans ses raisonnements une idée radicalement hétérogène à la Géométrie, l'idée de *force*; cette Physique est celle de Newton.

CHAPITRE IV

LA MÉCANIQUE NEWTONIENNE

Nous n'avons pas l'intention d'exposer ici, d'une manière détaillée, les développements successifs de cette doctrine; et, d'ailleurs, qui ne connaît les principales phases de cette marche triomphale?

En 1687, paraissaient les *Philosophiæ naturalis Principia mathematica*; aux deux premiers livres de cet immortel ouvrage, les axiomes fondamentaux de la nouvelle Mécanique, énoncés avec une remarquable netteté, déroulent leurs conséquences par des déductions géométriques dont l'élégance sera admirée à travers les siècles; au troisième livre du même traité, l'attraction en raison inverse du carré de la distance permet d'analyser, avec une précision inconnue jusqu'alors, les mouvements des planètes, des satellites et des eaux de la mer. Dans une question célèbre, ajoutée à son *Optique*, Newton devine que l'Électricité et le Magnétisme suivent des lois analogues à celles qui régissent les corps célestes; il imagine une attraction moléculaire qui expliquerait les phénomènes capillaires et les réactions chimiques. Ces aperçus sur les actions

exercées à très petites distances se transforment en une doctrine précise par les recherches de Freind, de Keil, de Clairaut, dans le temps même que tous les grands géomètres se piquent de contribuer à la Mécanique Céleste fondée sur la gravitation universelle.

Sans détailler l'histoire de cette évolution, nous prendrons tout de suite la Physique newtonienne sous la forme qu'elle a revêtue à son plein épanouissement, sous la forme que Boscovich[1] a fixée avec tant de rigueur et de clarté.

Dans un espace vide se trouvent des êtres matériels, dont chacun est réduit à un point, privé d'étendue, mais affecté d'une masse invariable. Chacun de ces points est soumis à des forces dont la résultante s'obtient par la loi classique du parallélogramme. A chaque instant, la résultante des forces qui sollicitent un point matériel est directement opposée à l'accélération du mouvement de ce point. Entre la grandeur de la force et la grandeur de l'accélération existe un rapport invariable, qui est précisément la masse du point mobile.

Chacune des forces qui sollicitent un point matériel émane d'un autre point matériel; et ce dernier, en retour, éprouve du premier une action égale et directement opposée à celle qu'il exerce sur lui.

L'action réciproque de deux points est dirigée suivant la droite qui les joint; elle est proportionnelle au produit de leurs masses; elle varie avec la distance qui les sépare.

1. Boscovich *Theoria Philosophiæ naturalis redacta ad unam legem virium in Natura existentium.* Vienne, 1758, Venise, 1763.

Lorsque deux points sont séparés par une distance si petite qu'elle échappe entièrement aux prises de nos sens et aux constatations de nos instruments, la fonction de cette distance dont dépend leur action réciproque a une forme qui nous est inconnue et qui peut être compliquée; cette forme peut changer avec la nature chimique des deux points matériels; l'action qu'elle représente peut être une attraction lorsque la distance mutuelle a certaines valeurs et une répulsion lorsque cette distance a d'autres valeurs.

Au contraire, lorsque les deux points sont séparés par une distance sensible, leur action réciproque devient indépendante de leur nature chimique; elle est toujours attractive; elle varie simplement en raison inverse du carré de la mutuelle distance.

Sous cette dernière forme, l'action réciproque devient l'*attraction de gravité* qui rend compte de la chute des corps à la surface de la Terre, de la marche de la Lune, des planètes, des satellites et des comètes, du flux et du reflux de la mer. Sous la première forme, l'action réciproque prend le nom de *cohésion* lorsqu'elle s'exerce entre deux points matériels de même nature, d'*affinité* lorsqu'elle s'exerce entre deux points chimiquement différents; la cohésion explique les propriétés des solides, des liquides, des gaz; elle concourt avec l'affinité pour déterminer et régler les combinaisons et les décompositions chimiques.

Tels sont, dans leurs traits essentiels, les principes sur lesquels repose l'explication mécanique de tout phénomène physique; tel est le plan géné-

ral des théories que l'École de Laplace portera au plus haut degré de perfection.

« Laplace, a dit Fourier[1], était né pour tout perfectionner, pour tout approfondir, pour reculer toutes les limites, pour résoudre ce qu'on aurait pu croire insoluble. Il aurait achevé la science du Ciel, si cette science pouvait être achevée. »

Incessant objet de méditations pour tous les grands géomètres du XVIII^e siècle, pour les MacLaurin, les Clairaut, les d'Alembert, les Euler et les Lagrange, la Mécanique Céleste fondée sur la gravitation universelle avait déjà pris un ample développement. Laplace « forma le projet de consacrer ses efforts à cette science sublime. Il médita profondément son glorieux dessein ; il a passé toute sa vie à l'accomplir avec une persévérance dont l'histoire des sciences n'offre peut-être aucun exemple... Il n'y a aucun point de l'Astronomie physique qui ne soit devenu pour lui le sujet d'une étude et d'une discussion approfondie ; il a soumis au calcul la plupart des conditions physiques que ses prédécesseurs avaient omises ».

Les conquêtes de Laplace en Mécanique Céleste ne constituent pas le domaine entier de ce puissant génie. « Il fut presque aussi grand physicien que grand géomètre. » Dans toutes les branches de la Mécanique physique, il poussa les conséquences de l'hypothèse newtonienne.

Newton regardait déjà l'attraction à petite distance comme propre à rendre compte de la figure

1. *Éloge historique de M. le Marquis de Laplace*, prononcé dans la séance publique de l'Académie Royale des Sciences, le 15 juin 1829, par M. le baron Fourier.

des liquides dans les vaisseaux très étroits, et il avait poussé Hawksbee à vérifier par l'expérience les conséquences de ses aperçus ; Jurin avait poursuivi l'application de ces vues à l'ascension de l'eau dans les tubes très déliés, et Clairaut avait posé ce problème selon les principes exacts de l'Hydrostatique générale, qu'il avait découverts; une induction heureuse, supposant l'analogie de la surface terminale d'un liquide à une membrane élastique tendue, avait conduit Segner à l'équation de la surface capillaire et Young à l'expression de l'angle de raccordement. Mais quelle distance entre ces diverses tentatives et la théorie complète et détaillée que donna Laplace! Cette théorie, établie par des méthodes géométriques d'une extrême élégance, riche en conséquences précises, minutieusement contrôlée par l'accord de ces conséquences avec les expériences de Gay-Lussac, peut être regardée comme le modèle achevé d'une explication physique conçue selon les doctrines de Newton et de Boscovich.

D'ailleurs, ces doctrines, cultivées par Laplace et ses disciples, donnaient bien d'autres preuves de leur fécondité.

Newton avait émis l'hypothèse que la lumière est formée de projectiles très petits, lancés avec une extrême vitesse ; que les corpuscules matériels exercent sur ces projectiles des attractions qui deviennent très puissantes si les points agissants sont très voisins. Sur cette hypothèse, Laplace édifia son Optique; il la mena jusqu'à rendre compte des lois de la double réfraction du spath d'Islande, dont la découverte, due à Huygens,

avait été le chef-d'œuvre du grand physicien atomiste.

Peu d'années plus tard, l'Optique de l'émission, ruinée par les prodigieuses trouvailles de Young et de Fresnel, va de nouveau céder le pas à l'Optique des ondulations; mais le principe même des explications newtoniennes n'en sera pas ébranlé; bientôt même, sa fécondité en recevra un nouvel accroissement; c'est à ce principe, en effet, que Fresnel demandera raison des lois de l'élasticité de l'éther; par là, il attirera vivement l'attention des géomètres sur la théorie générale de l'élasticité des solides; et de larges emprunts aux hypothèses de Newton, aux méthodes de Laplace, permettront à Poisson et à Cauchy de reprendre l'œuvre de Navier et d'édifier cette théorie.

A la suite des recherches calorimétriques de Black et de Crawford, la chaleur perd, pour un demi-siècle, le caractère de mouvement qu'on lui attribuait généralement depuis Descartes; par un retour aux hypothèses de Gassendi, elle devient un fluide, le *calorique*; les points matériels qui composent ce fluide se repoussent les uns les autres, tandis que la matière des corps les attire. Pendant que Lavoisier, puis Berthollet cherchent par ces suppositions à expliquer les lois de la fusion, de la volatilisation, de la dissolution, des réactions chimiques, Laplace, secondé par Poisson, secouru par les expériences de Desormes et de Clément, de Delaroche et de Bérard, de Gay-Lussac, de Welter, en tire l'explication de l'expansion des gaz et des phénomènes calorifiques qui l'accompagnent; il représente par une formule

exacte la vitesse de la propagation du son dans l'air; il pose les fondements d'une théorie de la chaleur dont plusieurs équations survivront aux hypothèses qui les ont fournies.

Ce sont encore les conseils de Laplace qui conduisent Poisson à traiter, selon les règles de la Physique newtonienne, les actions attractives et répulsives du fluide électrique.

Poisson découvre ainsi les lois selon lesquelles l'électricité se distribue à la surface d'un corps conducteur, puis, par une extension de la même analyse, il donne une théorie détaillée de l'aimantation du fer doux.

Enfin, de 1822 à 1826, Ampère édifie son immortelle *Théorie mathématique des phénomènes électrodynamiques*; il y conquiert un nouvel empire à la Philosophie newtonienne, en soumettant les forces électrodynamiques et les forces électromagnétiques aux règles de cette Physique.

CHAPITRE V

LA FORCE ET LES VERTUS OCCULTES

La Philosophie newtonienne, qui devait se montrer si féconde, ne fut pas accueillie sans méfiance. La Physique nouvelle résolvait avec bonheur les problèmes de Mécanique Céleste, qui, depuis un siècle, sollicitaient les efforts des philosophes atomistes ou cartésiens; elle froissait donc l'amour-propre de plus d'un géomètre; les amis de Newton ne s'efforçaient guère à éviter ces froissements; ils n'attendaient même pas que le livre des *Principes* fût achevé d'imprimer pour « faire entendre que, depuis les méditations de leur auteur, toute la Physique était bien changée[1] ». Mais une autre cause, et plus avouable, devait provoquer l'hostilité de ces hommes, attachés à tout expliquer par des raisons mécaniques, l'attraction mutuelle des diverses parties de la matière ressemblait de trop près aux vertus occultes qu'invoquaient les Scolastiques et que Cartésiens et Atomistes avaient

1. Fatio de Duilliers à *Christiaan Huygens*, 24 juin 1687 (*Œuvres complètes* d'Huygens, t. IX, p. 168).

pourchassées sans trêve ni merci, pour que ces derniers ne fussent point choqués par la forme de cette hypothèse.

« Je souhaiterais, Monsieur, écrit Fatio de Duilliers à Huygens[1], que l'auteur vous eût un peu consulté sur ce principe d'attraction qu'il suppose entre les corps célestes. »

— « Je souhaite de voir le livre de M. Newton, répond Huygens[2]. Je veux bien qu'il ne soit pas cartésien, pourvu qu'il ne nous fasse pas des suppositions comme celle de l'attraction. » Leibniz, de son côté, après avoir lu le livre de Newton, écrit à Huygens[3] : « Je ne comprends pas comment il conçoit la pesanteur ou attraction. Il semble que, selon luy, ce n'est qu'une certaine vertu incorporelle et inexplicable. » Et Huygens de lui répondre[4] : « Pour ce qui est de la cause du reflus que donne M. Newton, je ne m'en contente nullement, ni de toutes ses autres théories, qu'il bastit sur son principe d'attraction, qui me paraît absurde. »

Cette répugnance que l'hypothèse d'une attraction réciproque entre les diverses parties de la matière devait rencontrer de la part d'esprits hostiles aux vertus occultes, aux sympathies et aux antipathies de l'École, Newton l'avait assurément prévue ; aussi s'était-il bien gardé, en terminant le livre des

1. Fatio de Duilliers *à Christiaan Huygens*, 24 juin 1687 (*Œuvres complètes* d'Huygens, t. IX, p. 169).

2. Christiaan Huygens *à Fatio de Duilliers*, 11 juillet 1867 (*Œuvres complètes* d'Huygens, t. IX, p. 190).

3. Leibniz *à Christiaan Huygens*, octobre 1690 (*Œuvres complètes* d'Huygens, t. IX. p. 523).

4. Huygens *à Leibniz*, 18 novembre 1690 (*Œuvres complètes* d'Huygens, t. IX, p. 528).

Principes, de présenter cette attraction comme une explication dernière, comme une propriété irréductible à la figure et au mouvement ; il laissait entrevoir la possibilité d'une telle réduction, à la recherche de laquelle il avait lui-même fait quelques tentatives et que Fatio de Duilliers s'efforçait d'obtenir ; mais il donnait à entendre que les efforts tentés dans ce but ne le cédaient guère en vanité aux discussions sur les causes occultes.

« Jusqu'ici, dit-il[1], j'ai rendu compte des phénomènes que nous offrent les cieux et la mer par le moyen de la force de la gravité ; mais, à cette gravité, je n'ai pas encore assigné de cause... Je n'ai pu, jusqu'à ce jour, tirer des phénomènes la raison d'être des propriétés de la gravité, et je ne fais point d'hypothèses. En effet, tout ce qui ne peut se déduire des phénomènes doit se nommer *hypothèse* ; et les hypothèses, qu'elles soient physiques ou métaphysiques, qu'elles invoquent les qualités occultes ou le mécanisme, n'ont point de place en *philosophie expérimentale*. »

La pensée qu'exprime ce passage célèbre se marque avec plus de netteté encore, s'il est possible, dans ces lignes de l'*Optique*[2] : « Expliquer chaque propriété des choses en les douant d'une qualité spécifique occulte par laquelle seraient engendrés et produits les effets qui se manifestent à nous, c'est ne rien expliquer du tout. Mais tirer des phénomènes deux ou trois principes généraux de mouvement ; expliquer ensuite toutes les particularités

1. NEWTON *Philosophiæ naturalis Principia mathematica*, Scholium generale.
2. NEWTON . *Optice*, Quæstio XXXI.

des actions des corps au moyen de ces principes clairs, c'est vraiment, en Philosophie, faire un grand progrès, lors même que les causes de ces principes ne seraient pas découvertes; c'est pourquoi je n'hésite pas à proposer les principes du mouvement, tout en laissant de côté la recherche des causes. »

La préface mise par Roger Cotes en tête de la seconde édition des *Principes* accentue l'opposition entre la philosophie de Newton et les méthodes chères aux Cartésiens et aux Atomistes; Cotes y raille les explications hypothétiques de ces physiciens, l'assurance avec laquelle ils attribuent aux petites parties des corps les dimensions et les figures qui s'accommodent à leurs raisonnements, leurs fluides insaisissables qui pénètrent toutes les substances par des pores invisibles; malgré leur scrupuleuse exactitude à suivre les lois de la Mécanique, ils ne prennent pour fondements que des conjectures trompeuses; « la fable qu'ils nous content est gracieuse et jolie, mais ce n'est qu'une fable. »

Qu'ils viennent, après cela, taxer la gravité de cause occulte! La réponse est facile. Quelles sont les vraies causes occultes, celles que l'expérience prouve avec une entière clarté ou bien celles dont l'existence n'est qu'une fiction? La force dont les mouvements célestes dénotent tous les caractères, ou bien les tourbillons d'une matière subtile qui échappe à toute constatation?

Diront-ils que la gravité est occulte parce que la cause de la gravité est cachée et n'a point encore été découverte? Mais, à remonter de cause en cause, il faudra bien que l'on arrive aux causes les plus simples et, de celles-là, il ne sera plus possible de

donner une explication mécanique. Les appellera-t-on occultes et les rejettera-t-on hors de la Physique? La Physique alors disparaîtra tout entière.

On ne saurait garder aucun doute sur la pensée profonde de Roger Cotes; pour lui, la gravité est une propriété inhérente à la matière, une qualité première et irréductible de la substance corporelle.

Leibniz, qui, dans sa jeunesse, était si fort attaché aux explications purement géométriques des Cartésiens, se vit conduit, lui aussi, à admettre en Mécanique un élément hétérogène à l'étendue et au mouvement; plus audacieux encore que Roger Cotes, il n'hésita pas à assimiler explicitement cet élément aux formes substantielles qu'invoquait la Scolastique.

« Quoy que je sois persuadé que tout se fait mécaniquement, dans la Nature corporelle, écrit-il[1], je ne laisse pas de croire aussi que les principes mêmes de la Mécanique, c'est-à-dire les premières loix du mouvement, ont une origine plus sublime que celle que les pures mathémathiques peuvent fournir... On s'apperçoit qu'il y faut joindre quelque notion supérieure ou métaphysique, scavoir celle de la substance, action et force; et ces notions portent que tout ce qui pâtit doit agir réciproquement, et que tout ce qui agit doit pâtir quelque réaction... Je demeure d'accord que, naturellement, tout corps est étendu, et qu'il n'y a pas d'étendue sans corps; il ne faut pas néanmoins confondre les notions du lieu, de l'espace ou de l'étendue toute pure avec la notion de substance qui, outre l'étendue,

1. Leibniz *Œuvres*, édition Gerhardt, t. IV, p. 464.

renferme aussi la résistance, c'est-à-dire l'action et la passion. »

« J'avais pénétré bien avant dans le pays des Scholastiques, écrit-il ailleurs[1], lorsque les mathématiques et les auteurs modernes m'en firent sortir encor bien jeune. Leurs belles manières d'expliquer la Nature mécaniquement me charmèrent, et je méprisais avec raison la méthode de ceux qui n'employent que des formes et des facultés dont on n'apprend rien. Mais depuis, ayant tâché d'approfondir les principes mêmes de la Mécanique, pour rendre raison des loix de la Nature que l'expérience faisait connaître, je m'apperçûs que la seule considération d'une *masse étendue* ne suffisait pas, et qu'il fallait encore employer la notion de la *force*, qui est très intelligible, quoiqu'elle soit du ressort de la métaphysique.

« Et par la *force* ou *puissance* je n'entends[2] pas le pouvoir ou la simple faculté qui n'est qu'une possibilité prochaine pour agir et qui, estant comme morte même, ne produit jamais aucune action sans être excitée par le dehors; mais j'entends un milieu entre le pouvoir et l'action qui enveloppe un effort, un acte, une entéléchie, car la force passe d'elle-même à l'action en tant que rien ne l'empêche. »

Ce passage, et maint autre qu'il serait trop long de citer, nous prouvent que les idées de Leibniz reprennent un étroit contact avec l'antique Physique péripatéticienne. « Je scay, dit-il[3], que j'avance un grand paradoxe en prétendant de réhabiliter en

1. Leibniz : *Loc. cit.*, p. 478.
2. Leibniz : *Loc. cit.*, p. 471.
3. Leibniz : *Loc. cit.*, p. 434.

quelque façon l'ancienne philosophie et de rappeler *postliminio* les formes substantielles presque bannies; mais peut-estre qu'on ne me condamnera pas légèrement, quand on sçaura que j'ay assez médité sur la philosophie moderne, que j'ay donné bien du temps aux expériences de physique et aux démonstrations de géométrie, et que j'ay esté longtemps persuadé de la vanité de ces estres, que j'ay esté enfin obligé de reprendre malgré moi et comme par force, après avoir fait moy-même des recherches qui m'ont fait reconnoistre que nos modernes ne rendent pas assez de justice à saint Thomas et à d'autres grands hommes de ce temps-là, et qu'il y a dans les sentiments des philosophes et théologiens scholastiques bien plus de solidité qu'on ne s'imagine, pourveu qu'on s'en serve à propos et en leur lieu. Je suis même persuadé que, si quelque esprit exact et méditatif prenait la peine d'éclaircir et de digérer leur pensée à la façon des géomètres analytiques, il y trouverait un trésor de vérités très importantes et tout à fait démonstratives. »

Non pas qu'il faille approuver, ni surtout imiter, ces méthodes de Physique ridicules qui avaient si fort discrédité la Scolastique : « Je demeure d'accord[1] que la considération de ces formes ne sert de rien dans le détail de la Physique et ne doit point être employée à l'explication des phénomènes en particulier. Et c'est en quoi nos Scholastiques ont manqué, et les médecins du temps passé à leur exemple, croyant de rendre raison des propriétés

1. Leibniz · *Loc. cit.*, p. 434.

des corps en faisant mention de formes et de qualités, sans se mettre en peine d'examiner la manière de l'opération, comme si on voulait se contenter de dire qu'une horloge a la qualité horodictique provenante de sa forme, sans considérer en quoy tout cela consiste. »

Bien loin d'imiter cette Physique, qui croyait avoir donné une explication, alors qu'elle avait seulement créé un nom, on devra, à l'imitation de Descartes et de Huygens, pousser l'analyse des effets naturels jusqu'à ce qu'ils soient réduits aux phénomènes les plus simples ; mais, lorsqu'on sera parvenu à ces propriétés premières des corps, qui expliquent toutes les autres, on trouvera qu'elles ne consistent « pas seulement dans l'étendue[1], c'est-à-dire dans la grandeur, figure et mouvement, mais qu'il faut nécessairement y reconnoistre quelque chose qui aye du rapport aux âmes, et qu'on appelle communément forme substantielle » ou *force*, comme dit Leibniz en maint endroit.

Leibniz était parti d'un système dans lequel il rejetait l'attraction, car elle lui semblait être « une certaine vertu incorporelle et inexplicable » ; ses méditations touchant les fondements de la Mécanique l'ont amené à partager, sur la nature de cette vertu, l'opinion des disciples immédiats de Newton et à mettre vivement en lumière l'analogie de cette opinion avec les doctrines péripatéticiennes.

Parmi les successeurs de Newton, les opinions les plus diverses furent admises touchant la nature de l'attraction.

1. LEIBNIZ : *Loc. cit.*, p. 434.

Les uns, sous l'influence des Bernoulli, continuèrent à « feindre des hypothèses » pour réduire tous les effets de la Nature corporelle aux seules raisons reçues des atomistes ; parmi ceux-ci, Lesage, renouvelant la tentative de Fatio de Duilliers, s'efforça d'expliquer la gravitation par le choc des *corpuscules ultra-mondains* sur les molécules matérielles.

D'autres ne se firent point scrupule d'invoquer dans leurs raisonnements les forces exercées ou subies par les divers points matériels qui constituent les corps ; mais ils imitèrent la prudente réserve qu'avait gardée Newton au livre des *Principes* ; ils n'entreprirent point de décider si ces attractions devaient être regardées comme des propriétés irréductibles de la matière ou bien, au contraire, comme les effets de mouvements convenablement imaginés. C'est parmi ceux-ci que nous devons ranger Laplace. Le principe de l'attraction universelle, dit-il[1], « est-il une loi primordiale de la Nature ? N'est-il qu'un effet général d'une cause inconnue ? Ici, l'ignorance où nous sommes des propriétés intimes de la matière nous arrête et nous ôte tout espoir de répondre d'une manière satisfaisante à ces questions. » — « Le principe de la pesanteur universelle, dit-il encore[2], est-il une loi primordiale de la Nature, ou n'est-il qu'un effet général d'une cause inconnue ?... Newton, plus circonspect que plusieurs de ses disciples, ne s'est point prononcé sur ces questions, auxquelles

1. LAPLACE : *Exposition du Système du Monde*, livre IV, chapitre XVII.

2. LAPLACE : *Ibid.*, livre V, chapitre V.

l'ignorance où nous sommes des propriétés intimes de la matière ne permet pas de répondre d'une manière satisfaisante. »

D'autres enfin, suivant jusqu'au bout l'idée de Leibniz, n'hésitèrent pas à voir dans la *force* une notion irréductible à l'étendue et au mouvement, une propriété première et essentielle de la substance matérielle. Parmi ceux-ci, le premier rang appartient à Boscovich[1], qui se proclame disciple à la fois de Leibniz et de Newton et qui donne à la Physique newtonienne une forme admirable d'unité et de rigueur.

1. Boscovich *Theoria philosophiæ naturalis redacta ad unam legem virium in Natura existentium*. Vienne, 1758, et Venise, 1763.

CHAPITRE VI

LE PRINCIPE DES VITESSES VIRTUELLES ET LA STATIQUE DE LAGRANGE

Que l'on traite les attractions et les répulsions réciproques des points matériels comme des réalités irréductibles à la figure et au mouvement; qu'on les considère, au contraire, comme les effets de mouvements, cachés encore à nos investigations; il n'en reste pas moins que le physicien peut et doit invoquer dans ses raisonnements, non seulement des figures et des mouvements explicites, mais encore des *forces*, actuellement hétérogènes aux notions de la Géométrie et de la Cinématique. Par là, les mots : *Expliquer un phénomène physique* prennent un sens tout différent de celui que leur attribuaient les philosophes cartésiens ou atomistes; l'explication qui s'arrête à la *force*, prise comme élément réellement ou provisoirement simple, a de l'analogie avec l'explication scolastique par les qualités et les vertus occultes.

Selon Newton comme selon Leibniz, ce qui doit distinguer essentiellement la Physique nouvelle

de la Physique de l'École, c'est la *généralité* de ses principes; elle ne doit plus rendre compte de chaque phénomène en créant à son occasion une cause spéciale et nouvelle; elle doit débrouiller tout le détail des faits observés dans la nature corporelle en invoquant un nombre minimum de principes aussi amples que possible.

Certes, la Physique dont Newton a tracé le plan et posé les bases, dont Boscovich a analysé la complète structure, est déjà admirable par la simplicité et l'ampleur de ses principes; cependant, à côté de l'hypothèse fondamentale qu'il y a dans le monde : temps, étendue, masse et force, cette Physique n'admet-elle pas d'autres suppositions que l'on pourrait éliminer? Au lieu de réduire la matière à un ensemble de points inétendus et isolés les uns des autres, ne pourrait-on y concevoir des corps étendus, variables de figure, capables de se toucher? Au lieu de regarder toutes les forces comme des attractions et des répulsions réciproques, fonctions de la seule distance qui sépare les points qu'elles sollicitent, ne pourrait-on leur laisser une entière indétermination, en accouplant seulement à chaque action une réaction égale et directement opposée? N'amènerait-on pas ainsi les principes de la Mécanique au plus haut degré de généralité qui se puisse concevoir?

A cette construction de la Mécanique rationnelle, les plus grands géomètres du XVIIIe siècle contribuent; Daniel Bernoulli, d'Alembert, Euler, pour ne citer que les plus illustres, attachent leur nom à quelque partie de l'édifice; mais à Lagrange on doit son complet achèvement.

« Lagrange, a dit Fourier[1], était né pour inventer et pour agrandir toutes les sciences de calcul. Dans quelque condition que la fortune l'eût placé, ou pâtre ou prince, il aurait été grand géomètre ; il le serait devenu nécessairement et sans effort... »

« Le trait distinctif de son génie consiste dans l'unité et la grandeur des vues. Il s'attachait en tout à une pensée simple, juste et très élevée. Son principal ouvrage, la *Mécanique analytique*, pourrait être nommé la Mécanique philosophique, car il ramène toutes les lois de l'équilibre et du mouvement à un seul principe ; et, ce qui n'est pas moins admirable, il les soumet à une seule méthode de calcul dont il est lui-même l'inventeur. »

La première partie de la *Mécanique analytique* est consacrée à la *Statique*; elle débute par ces mots :

« On entend, en général, par *force* ou *puissance* la cause, quelle qu'elle soit, qui imprime ou tend à imprimer du mouvement au corps auquel on la suppose appliquée, et c'est aussi par la quantité du mouvement imprimé, ou prêt à imprimer, que la force ou puissance doit s'exprimer. Dans l'état d'équilibre, la force n'a pas d'effet actuel; elle ne produit qu'une simple tendance au mouvement; mais on doit toujours la mesurer par l'effet qu'elle produirait si elle n'était pas arrêtée. »

En marge de l'exemplaire de la *Mécanique analytique* qui avait guidé ses méditations, Saint-Venant écrit ces mots : « Ainsi, l'auteur de la *Méca-*

1. *Éloge historique de M. le marquis de Laplace*, prononcé dans la séance publique de l'Académie Royale des Sciences, le 15 juin 1829, par M. le baron Fourier.

nique analytique ne met pas en doute l'existence des forces ou de causes spéciales de chaque mouvement. » En effet, le passage que nous venons de citer reproduit les idées, et presque les termes, de certains fragments de Leibniz; comme Leibniz, Lagrange regarde la notion de force comme une des notions premières de la Mécanique; s'il invoque le mouvement, ce n'est pas pour expliquer la force, c'est seulement pour faire correspondre à cette idée, transcendante à la Géométrie, un symbole numérique capable de figurer dans les formules.

Lagrange se préoccupe, tout d'abord, de poser les principes de la Statique, c'est-à-dire de fixer les circonstances dans lesquelles les forces appliquées à un système matériel le tiendront en équilibre.

Le problème statique était aisé dans la Physique newtonienne; tout système se réduisant à des points libres, l'équilibre du système découlait de l'équilibre de chaque point; et chaque point se trouvait en équilibre lorsqu'il était sollicité par des forces dont la résultante était nulle; ainsi, toute la Statique se tirait de la seule règle du parallélogramme des forces.

La question est autrement délicate lorsqu'on restitue aux corps leur étendue, leur figure, la possibilité de glisser ou de rouler les uns sur les autres, voire de se déformer.

Déjà, pour raisonner sur l'équilibre de semblables systèmes, au moins dans des cas très simples, Archimède avait posé le principe de l'équilibre du levier. La longue élaboration qui, au cours des temps modernes, a façonné la Mécanique, a trans-

formé peu à peu cette antique règle en un principe nouveau, infiniment plus général : *le Principe des déplacements virtuels*.

Pour retrouver la source du Principe des déplacements virtuels, il faut remonter jusqu'à la Renaissance, à Léonard de Vinci, à Guido Ubaldi ; il se précise dans les écrits de Galilée, dont les raisonnements sont un commentaire de cette formule : « Le gain de puissance qu'assure un mécanisme entraîne une perte équivalente de vitesse » ; de Descartes, qui part de cette proposition : « La mesme force qui peut lever un poids de 100 livres à la hauteur de deux pieds, en peut lever un de 200 livres à la hauteur d'un pied » ; de Toricelli, de Pascal, qui admettent ce principe : « Jamais un corps ne se meut par son poids sans que son centre de gravité descende ».

Quelque peu délaissé pendant que Huygens et Newton créaient la science du mouvement, le Principe des vitesses virtuelles, ou mieux des déplacements virtuels, fut repris sous une forme plus complète et plus générale par Jean II Bernoulli, qui le communiqua en 1717 à Varignon; celui-ci, dans sa *Nouvelle Mécanique*, en donna de nombreuses applications; mais il était réservé à Lagrange d'y découvrir une base assez large pour y asseoir la Mécanique tout entière [1].

Les corps qui composent un système matériel ne peuvent pas éprouver n'importe quel changement de forme ou de position ; la nature qu'on leur attribue,

1. Lagrange : *Mécanique analytique*, 1re partie, section II. (Nous citerons toujours cet ouvrage d'après la seconde édition, la dernière à laquelle Lagrange ait mis la main.)

qui sert à les dénommer, qui constitue proprement leur définition, exclut certains déplacements, certaines déformations qu'il serait contradictoire de leur attribuer. Un corps est-il un solide? Sa place peut changer, mais sa figure et ses dimensions doivent demeurer invariables. Deux solides sont-ils en contact? Ils peuvent rouler et glisser l'un sur l'autre, mais sans se pénétrer ni se déformer. Un fil flexible et inextensible peut dessiner toutes sortes de lignes, pourvu que sa longueur ne change pas. Un fluide incompressible peut occuper les espaces les plus diversement figurés, pourvu qu'ils aient tous le même volume. On nomme *liaisons* ces conditions restrictives qui découlent de la définition même d'un système mécanique, et *équations de liaisons* les égalités algébriques par lesquelles s'expriment ces conditions.

Si l'on ne veut pas contredire à la définition même d'un système, on ne peut imposer par la pensée aux corps qui le composent tous les déplacements imaginables, mais seulement ceux qui sont compatibles avec les liaisons; ce sont ces déplacements que l'on nomme *déplacements virtuels*.

Imposons au système que nous voulons étudier un déplacement infiniment petit; le point d'application de chacune des forces qui sollicitent le système décrit un chemin infiniment petit, que l'on peut traiter comme rectiligne; prenons la composante de la force suivant ce chemin infiniment petit et multiplions la grandeur de la composante par la longueur du chemin; le produit obtenu sera le *travail* de la force dans le déplacement infini-

ment petit que nous considérons; si le déplacement est virtuel, le travail sera un *travail virtuel.*

Nous sommes maintenant en mesure d'énoncer le principe fondamental de la Statique : *Pour qu'un ensemble de forces tienne en équilibre un système matériel, il faut et il suffit que tout déplacement virtuel infiniment petit imposé au système fasse prendre la valeur zéro à la somme des travaux virtuels des forces.*

Autour de ce principe, que d'idées neuves et fécondes viennent se grouper, en la première partie de la *Mécanique analytique!* Il en est que Lagrange expose en quelques lignes, mais dont la portée s'affirmera chaque jour davantage.

Il est clair que le travail virtuel d'un ensemble de forces, appliquées à un système qui subit un déplacement donné, change simplement de signe si l'on renverse le sens de toutes les forces, sans changer ni la grandeur, ni le point d'application de chacune d'elles. Dès lors, imaginons deux ensembles de forces, différents l'un de l'autre, mais qui, appliqués successivement à un même système matériel, produiraient, en tout déplacement virtuel, le même travail. Appliquons-les simultanément, après avoir renversé le sens des forces en l'un d'eux. Tout déplacement virtuel engendrera maintenant un travail nul, en sorte que le système sera en équilibre. Ainsi, l'un quelconque de nos deux ensembles est équilibré par l'autre, quand on a renversé le sens des forces en ce dernier. En d'autres termes, nos deux ensembles de forces sont exactement équivalents pour le système matériel étudié, on peut les substituer l'un à l'autre sans

rien changer aux propriétés mécaniques de ce système.

Il importe donc peu de connaître par le détail chacune des forces appliquées aux divers corps d'un système, son point d'application, sa grandeur, sa direction ; pourvu que les renseignements donnés sur l'ensemble des forces permettent de déterminer le travail effectué dans un déplacement virtuel quelconque, on en sait assez ; toute donnée supplémentaire serait superflue ; des renseignements de forme différente, mais qui conduisent à la même expression du travail virtuel, s'identifient aux yeux du mécanicien[1].

C'est ainsi qu'aux diverses forces appliquées à un corps solide, on pourra substituer un certain ensemble de deux forces, ou bien une force et un couple, ou bien encore d'autres combinaisons de forces ; toutes ces combinaisons, qui semblent distinctes au géomètre, fournissent le même travail en un déplacement virtuel du corps solide ; le mécanicien ne les distingue donc pas les unes des autres.

Il suit de là que le mécanicien ne pourra, en étudiant l'équilibre et le mouvement d'un solide, décider si le groupe de forces auquel ce solide est effectivement soumis est l'une ou l'autre de ces combinaisons ; la question n'aura pour lui aucun sens ; le géomètre pensera qu'il subsiste une indétermination dans la solution du problème, mais non pas le mécanicien, s'il a tant soit peu médité

1. LAGRANGE *Mécanique analytique*, 2e édition, 1re partie, section II, nº 14.

les principes de la science qu'il cultive; il verra clairement qu'à tout ensemble de forces susceptible de produire les mouvements qu'on observe en un système, on en peut substituer une infinité d'autres qui produiraient les mêmes mouvements.

Pour définir dans toute sa généralité le déplacement virtuel infiniment petit d'un système mécanique, il n'est pas nécessaire, dans la plupart des cas, de se donner la grandeur et la direction du chemin parcouru par chacun des points matériels; il suffit de se donner les valeurs de certaines quantités infiniment petites convenablement choisies; les propositions qui fixent la nature du système permettront, lorsqu'on connaîtra ces valeurs, de déterminer le chemin parcouru par tel point que l'on voudra.

Supposons, par exemple, que le système étudié soit un corps solide; un théorème bien connu nous enseigne que l'on pourra toujours conduire ce solide d'une position arbitrairement donnée à une autre position également arbitraire par la méthode suivante : Trois droites rectangulaires, issues d'un même point, étant choisies une fois pour toutes, on imprimera successivement au solide une rotation convenable autour de chacune de ces trois droites, puis une translation convenable dans la direction de chacune de ces trois droites. La connaissance des trois rotations et des trois translations déterminera la trajectoire suivie par un point quelconque du solide; elle fixera complètement le déplacement virtuel.

Imaginons que tout déplacement virtuel infiniment petit d'un certain système soit ainsi pleine-

ment connu lorsqu'on se donne les variations infiniment petites $\delta\alpha$, $\delta\beta$, ... éprouvées par certaines grandeurs, plus ou moins nombreuses, α, β, ... ; ces grandeurs sont les *variables indépendantes* qui définissent le système.

L'expression du travail virtuel des forces appliquées au système prendra la forme[1] : $A\delta\alpha + B\delta\beta + \ldots$

Pour connaître tous les effets des forces qui agissent sur le système, il est nécessaire et suffisant de connaître l'expression de leur travail virtuel ; et, pour connaître cette expression, il est nécessaire et suffisant de connaître les grandeurs A, B, ... Ainsi, la connaissance de ces grandeurs est ce qui importe véritablement au mécanicien, et non point celle des forces au moyen desquelles elles sont censées formées. On peut, à ces grandeurs, donner le nom de *forces généralisées*[2].

La nature d'une force généralisée A dépend de la nature de la variable α à laquelle elle se rapporte, car le produit $A\delta\alpha$ doit toujours représenter un *travail*. Si α et, partant, $\delta\alpha$ sont des longueurs, A est une *force proprement dite* ; mais, si α et $\delta\alpha$ sont des angles, A sera une grandeur de même espèce que le *moment d'un couple* ; si α et $\delta\alpha$ sont des surfaces, A sera une *tension superficielle* ; si α et $\delta\alpha$ sont des volumes, A sera homogène à une *pression*.

Lorsque le travail virtuel des forces appliquées à un système a été mis sous la forme

1. Lagrange : *Mécanique analytique*, 2e édition, 1re partie, section II, nos 12 et 13.

2. Lagrange *Mécanique analytique*, 2e édition, 1re partie, section II, no 9.

$A\delta\alpha + B\delta\beta + \ldots$, où les forces généralisées A, B, ... obéissent à des lois connues, les conditions d'équilibre du système s'obtiennent immédiatement sous la forme la plus générale et la plus simple; elles doivent annuler chacune des quantités A, B, ...

Les analystes savent qu'en général une expression telle que $A\delta\alpha + B\delta\beta + \ldots$, où A, B, ... dépendent de α, β, ... n'est pas la diminution d'une grandeur qui soit entièrement connue lorsqu'on connaît les valeurs de α, β, ... Mais cette proposition, généralement fausse, devient exacte dans certains cas particuliers; le travail accompli dans un déplacement virtuel quelconque est alors la diminution subie, en ce déplacement, par une certaine grandeur qui, pour chaque état du système, prend une valeur déterminée[1]. A cette grandeur, Lagrange n'a point donné de nom particulier; on la nomme aujourd'hui le *potentiel* des forces qui agissent sur le système.

L'existence d'un potentiel des forces qui agissent sur un système apparaît au mathématicien comme une propriété exceptionnelle; mais, si l'on suppose qu'un système est soumis seulement aux actions réciproques des points matériels ou des éléments de volume qui le composent; si l'on admet, avec Newton, que l'action réciproque de deux éléments est une attraction ou une répulsion; que la grandeur de cette action s'obtient en multipliant par les masses des deux éléments une fonction de leur mutuelle distance; il se trouve que l'ensemble des

1. LAGRANGE : *Mécanique analytique*, 2e édition, 1re partie, section III, n° 21.

forces admet un potentiel; l'étude d'un système qui admet un potentiel comprend donc, comme cas particulier, l'étude d'un système isolé dans l'espace et constitué comme le veut la Physique newtonienne. Si nous nous bornons à l'étude des systèmes dont les *actions intérieures* admettent un potentiel, il semblera au géomètre que nous nous cantonnons en un problème infiniment particulier; cependant, ce problème surpassera infiniment, en ampleur et en généralité, le problème posé par Newton et ses disciples.

L'effet mécanique d'un ensemble de forces dépend uniquement de l'expression de leur travail virtuel; lorsque les forces admettent un potentiel, le travail qu'elles accomplissent en une modification virtuelle quelconque peut se calculer, pourvu que l'on connaisse la valeur du potentiel en chacun des états du système; cette connaissance remplace alors et rend inutile la connaissance des forces ou des forces généralisées. Ainsi, pour fixer entièrement les propriétés mécaniques intrinsèques d'un ensemble de corps, il n'est plus nécessaire de détailler ni les forces qui s'exercent à l'intérieur de cet ensemble, ni les forces généralisées auxquelles elles équivalent; il suffit d'indiquer comment le *potentiel interne* varie avec l'état du système.

Poussons plus loin : Nous pouvons, si nous le voulons, ne considérer en Mécanique que des groupes de corps entièrement isolés dans l'espace; il nous suffit, pour cela, de comprendre en un seul ensemble et le système particulier que nous voulons étudier, et les corps dont l'influence sur

ce système ne nous paraît pas négligeable. Alors nous n'aurons plus affaire qu'à des forces mutuelles s'exerçant entre les divers corps d'un même système; ces forces intérieures sont supposées dépendre d'un potentiel, dont la connaissance rend inutile la connaissance des forces mêmes. Ainsi, la notion de *force*, après s'être fondue dans une notion plus ample, celle de *force généralisée*, perd, pour ainsi dire, son caractère premier et irréductible et apparaît comme une simple dérivation de la notion de *potentiel*; telle est la conséquence naturelle des principes posés par Lagrange, conséquence qui s'accorde pleinement avec les vues profondes de Leibniz.

La fécondité de ces principes n'est pas encore épuisée. Ils vont nous fournir une notion nouvelle, dont le rôle sera considérable dans les débats touchant la Mécanique rationnelle, la notion de *force de liaison*[1].

Considérons deux systèmes, que nous désignerons par les chiffres 1 et 2. L'état du système 1, pris isolément, est fixé par les variables indépendantes α_1, β_1, ...; le travail virtuel de toutes les forces qui le sollicitent est $A_1\delta\alpha_1 + B_1\delta\beta_1 + \ldots$ L'état du système 2, pris isolément, est fixé par les variables indépendantes α_2, β_2, ...; le travail virtuel de toutes les forces qui le sollicitent est $A_2\delta\alpha_2 + B_2\delta\beta_2 + \ldots$

Maintenant, *sans rien changer aux forces qui sollicitent réellement les systèmes 1 et 2*, juxtapo-

1. Lagrange *Mécanique analytique*, 2e édition, 1re partie, section IV, § i.

sons ces systèmes de telle sorte que certains corps du premier système se trouvent au contact de certains corps du second système, et considérons la réunion de ces deux systèmes comme formant un système unique.

Chaque déplacement virtuel du système résultant imposera aux quantités $\alpha_1, \beta_1, \ldots, \alpha_2, \beta_2, \ldots,$ des variations infiniment petites $\delta\alpha_1, \delta\beta_1, \ldots, \delta\alpha_2, \delta\beta_2, \ldots$ et aux forces agissantes un travail $A_1\delta\alpha_1 + B_1\delta\beta_1 + \ldots + A_2\delta\alpha_2 + B_2\delta\beta_2 + \ldots$; mais, et c'est ici le point essentiel de ces considérations, on n'obtiendra pas toujours un déplacement virtuel du système résultant en combinant n'importe quel déplacement virtuel du système 1 avec n'importe quel déplacement virtuel du système 2; chacun de ces deux déplacements virtuels était concevable lorsque chacun des systèmes 1 et 2 existait seul; leur ensemble peut devenir inconcevable lorsque les systèmes 1 et 2 sont juxtaposés, parce qu'il aurait pour effet d'amener à la fois, en un même lieu de l'espace, certains corps du système 1 et certains corps du système 2. La juxtaposition des systèmes 1 et 2 impose donc aux déplacements de chacun d'eux de nouvelles restrictions, de nouvelles liaisons; ces liaisons ne laissent plus entièrement arbitraires les valeurs infiniment petites que l'on peut, en un déplacement virtuel, attribuer à $\delta\alpha_1, \delta\beta_1, \ldots, \delta\alpha_2, \delta\beta_2, \ldots$; elles exigent que ces valeurs vérifient une ou plusieurs égalités dites *équations de liaison*.

Le souci de la généralité mathématique doit, dans cet écrit, céder le pas au désir de présenter les idées sous la forme la plus simple et la plus

saillante. Supposons donc que la réunion des systèmes 1 et 2 ait donné naissance à une seule équation de liaison :

$$a_1\delta\alpha_1 + b_1\delta\beta_1 + \ldots + a_2\delta\alpha_2 + b_2\delta\beta_2 + \ldots = 0.$$

Pour trouver les conditions d'équilibre du système, nous devrons exprimer non pas que tout ensemble de valeurs attribué à $\delta\alpha_1$, $\delta\beta_1$, ..., $\delta\alpha_2$, $\delta\beta_2$, ..., annule le travail virtuel, mais seulement que ce travail est nul toutes les fois que la condition de liaison est vérifiée. L'Algèbre nous enseigne alors que l'on peut trouver un certain facteur λ, dépendant de l'état des systèmes 1 et 2 et des forces qui les sollicitent, par lequel le problème précédent se ramène à celui-ci : Annuler, pour tout ensemble de valeurs de $\delta\alpha_1$, $\delta\beta_1$, ..., $\delta\alpha_2$, $\delta\beta_2$, ..., la somme du travail virtuel et du premier membre de l'équation de liaison, ce dernier ayant été, au préalable, multiplié par λ. Ainsi s'obtiendront les conditions d'équilibre de notre système complexe, qui seront les suivantes :

$$\begin{array}{lll} A_1 + \lambda a_1 = 0, & B_1 + \lambda b_1 = 0, & \ldots, \\ A_2 + \lambda a_2 = 0, & B_2 + \lambda b_2 = 0, & \ldots. \end{array}$$

Prenons les équations de la première ligne; ce sont celles que nous aurions immédiatement obtenues comme conditions d'équilibre du système 1, si nous l'avions traité en faisant abstraction de la gêne que le contact du système 2 apporte à ses déplacements et en le supposant soumis non pas aux forces généralisées A_1, B_1, ..., mais aux forces généralisées $A_1 + \lambda a_1$, $B_1 + \lambda b_1$, ... Les équa-

tions de la seconde ligne nous suggèrent des remarques analogues touchant le système 2.

Dès lors, nous voyons qu'on peut obtenir les équations d'équilibre de chacun des deux systèmes par deux voies, distinctes en apparence, mais rigoureusement équivalentes.

Par une première voie, on regarde chacun des deux systèmes comme soumis aux forces qui le sollicitent en réalité, mais on tient compte des restrictions que leur mutuel contact impose aux déplacements virtuels de chacun d'eux.

Par une seconde voie, on traite chacun des deux systèmes comme s'il existait seul, mais à chacune des forces généralisées, telles que A_1, auxquelles il est réellement soumis, on ajoute une force généralisée *purement fictive* λa_1; la forme de cette *force de liaison* dépend de la nature de la condition de liaison et de l'expression du facteur λ, dit *multiplicateur de Lagrange*.

On peut caractériser brièvement les rapports qui existent entre ces deux méthodes en disant que la première consiste à conserver les conditions de liaison en évitant d'introduire les forces de liaison, et que la seconde consiste à supprimer les conditions de liaison et à introduire les forces de liaison.

Pour mettre en lumière les fondements de la Statique de Lagrange, nous avons considéré un système dont l'état est entièrement fixé par un nombre plus ou moins grand, mais limité, de variables indépendantes; tous les systèmes ne peuvent être ainsi définis; il en est de continus, qui doivent être décomposés entre un nombre illi-

mité d'éléments infiniment petits, contigus les uns aux autres; chacun de ces éléments dépend d'un nombre limité de variables. Parmi ces systèmes continus, les uns, comme les fils ou les verges élastiques, s'étirent suivant une seule dimension; d'autres, comme les membranes et les plaques, s'étalent selon deux dimensions; d'autres enfin, comme les fluides ou les solides élastiques, sont d'étendue finie en toutes dimensions. Les principes dont nous venons de marquer les principaux traits s'appliqueront à de tels systèmes sans qu'il soit besoin de les modifier très profondément[1]. Seulement l'expression du travail virtuel, au lieu d'être simplement une somme de termes, sera représentée par une intégrale simple, double ou triple; elle n'en sera pas moins soumise aux règles du calcul des variations.

Par là, les lois de l'équilibre des fils et des membranes flexibles[2] prennent une clarté et une généralite singulières; mais c'est surtout l'étude de l'équilibre des liquides qui prouve l'ampleur et la pénétration des méthodes de Lagrange.

Sans doute, depuis le temps d'Archimède, l'Hydrostatique avait fait d'incontestables progrès. Galilée, Stevin et Pascal étaient parvenus, après bien des tâtonnements, à découvrir les lois exactes de l'équilibre des fluides pesants. Le problème de la figure des planètes avait contraint les géomètres de soumettre à leur analyse des corps fluides sollicités

1. Lagrange . *Mécanique analytique*, 2e édition, 1re partie, section IV, § II.
2. Lagrange · *Mécanique analytique*, 2e édition, 1re partie, section V, chapitre III.

par d'autres forces que la simple pesanteur; aux essais de Huygens, de Newton, de Bouguer et de Mac Laurin, Clairaut avait substitué une méthode générale et rigoureuse; dans le petit Traité[1], chef-d'œuvre de clarté et d'élégance, qu'il avait publié en 1743, il avait donné les formules générales de l'équilibre des fluides, établi les liens qui existent entre l'Hydrostatique et la théorie des différentielles totales, prouvé qu'un fluide ne peut pas être mis en équilibre par toutes sortes de forces, enfin découvert les propriétés essentielles des surfaces de niveau; en 1755, Euler avait retrouvé les résultats de Clairaut par un procédé différent; ce même procédé devait un jour permettre à Cauchy d'établir les lois dont dépend la pression au sein d'un corps quelconque.

Toutefois, malgré ces progrès constants, tout n'était pas clair et rigoureux dans la théorie de l'équilibre des fluides; la nature de la pression hydrostatique demeurait bien obscure; on admettait que cette pression existe, qu'elle est toujours normale à l'élément superficiel auquel elle se rapporte, que sa grandeur ne varie pas lorsque cet élément superficiel tourne autour d'un de ces points, mais, de ces propositions, on n'avait aucune démonstration, de la pression même, aucune définition précise.

Ces propositions, Lagrange les obtient toutes ensemble[2] par l'emploi de sa méthode générale;

1. Clairaut : *Théorie de la figure de la Terre, tirée des principes de l'Hydrostatique*, Paris, 1743.

2. Lagrange : *Mécanique analytique*, 2e édition, 1re partie, section VII, § II.

la pression hydrostatique s'introduit dans ses raisonnements comme un de ces *multiplicateurs* qu'emploie le Calcul des variations pour se débarrasser des conditions de liaison; la définition de cette pression se trouve, par là, intimement liée à la notion de force de liaison.

Insistons quelque peu sur cette définition, car elle a donné lieu à de graves débats dont nous parlerons plus loin.

Imaginons qu'une surface S partage un fluide en équilibre en deux parties A et B; lorsque le fluide éprouve un déplacement virtuel, les deux parties A et B ne se compénètrent pas; ce déplacement ne saurait donc résulter de n'importe quel déplacement de la partie A, prise isolément, joint à n'importe quel déplacement de la partie B, prise isolément; le contact de ces deux parties constitue pour chacune d'elles une *liaison*.

Gardons à la partie A sa forme et sa position; supprimons la partie B, *mais en laissant inaltérées toutes les forces qui agissent réellement sur* A; si, parmi ces forces, il en est qui émanent de B, imaginons qu'elles soient remplacées par d'autres forces exactement égales, mais issues de certains corps non contigus à A.

Débarrassé de l'obstacle que lui opposait le contact de la partie B, le fluide A, en général, ne se trouvera plus en équilibre; la méthode de Lagrange démontre qu'on le remettra en équilibre si l'on applique à chaque élément dS de la surface S une force normale à la surface S, pénétrant à l'intérieur de la région A, et de grandeur $\Pi\, dS$. Le facteur Π demeure invariable si l'élément dS tourne

autour d'un de ses points ; il représente la *pression hydrostatique* en ce point.

Lors donc que les deux parties fluides A et B sont en contact, la pression hydrostatique n'agit réellement ni sur l'une, ni sur l'autre ; mais, si, par la pensée, on supprime l'une d'elles pour traiter l'autre comme si elle existait seule, on doit appliquer à celle-ci la pression hydrostatique, afin de remplacer l'obstacle que celle-là opposait à son mouvement.

CHAPITRE VII

LE PRINCIPE DE D'ALEMBERT ET LA DYNAMIQUE DE LAGRANGE

Les recherches de Galilée sur l'accélération dans la chute des corps pesants, de Huygens sur la force centrifuge dans le mouvement circulaire, ont conduit Newton à poser la loi du mouvement que prend un point matériel sous l'action d'une force, donnée d'une manière quelconque. Considérons, d'une part, la ligne qui représente cette force; d'autre part, une ligne dirigée comme l'accélération et égale au produit de celle-ci par la masse du point; en toutes circonstances, ces deux lignes ont même direction et même longueur.

Ce principe suffit à mettre complètement en équations le problème de la Dynamique si, conformément aux règles de la Philosophie newtonienne, on réduit tous les corps à des points matériels exerçant les uns sur les autres des attractions ou des répulsions. Il devient, au contraire, insuffisant si l'on veut, avec Lagrange, traiter des corps de dimensions finies, contigus les uns aux autres et

soumis à des liaisons variées. Il faut alors faire usage d'un Principe dont le précédent n'est qu'un cas extrêmement particulier.

L'invention de ce principe général, propre à mettre en équations tous les problèmes de la Dynamique, fut l'objet de longs et puissants efforts dont Lagrange nous a retracé l'histoire [1]; ces efforts aboutirent à la découverte du principe de d'Alembert.

Nous avons considéré, il y a un instant, dans le mouvement d'un point matériel, la ligne qui est dirigée comme l'accélération et qui a pour mesure le produit de la masse par l'accélération ; nous avons vu que cette ligne était sans cesse confondue avec la force.

Sans changer la longueur ni la direction de cette ligne, renversons-en le sens ; la nouvelle ligne pourra être censée représenter une force, que nous nommerons *force d'inertie*. Nous pourrons alors énoncer le principe fondamental de la Dynamique du point matériel en disant que la force qui agit réellement sur ce point est, à chaque instant, égale et directement opposée à la force d'inertie ; ou bien encore que la force réellement agissante et la force fictive d'inertie forment, à chaque instant, un ensemble de forces capables de maintenir le point matériel en équilibre.

Il suffit de généraliser ce dernier énoncé pour obtenir le Principe de d'Alembert.

Prenons un système mécanique quelconque, formé de points matériels ou de corps continus, et

1. LAGRANGE : *Mécanique analytique*, 2e partie, section I.

divisons ceux-ci en volumes élémentaires; à chaque point ou à chaque élément, nous pouvons imaginer que l'on applique une force d'inertie; dirigée en sens contraire de l'accélération du point ou de l'élément, elle aura pour mesure le produit de cette accélération par la masse de ce point ou de cet élément. *A chaque instant, l'ensemble des forces qui agissent réellement sur le système et des forces fictives d'inertie serait capable de maintenir le système en équilibre dans l'état même qu'il présente à cet instant.*

Ce *postulat* — on ne saurait lui donner d'autre nom, malgré les raisonnements, visiblement insuffisants, par lesquels d'Alembert et d'autres, après lui, ont tenté de le justifier — fut imaginé pour traiter d'une manière rationnelle la résistance des fluides [1]. Après en avoir montré l'utilité dans la Dynamique des systèmes formés par des agencements de corps solides [2], d'Alembert l'appliqua derechef au mouvement des fluides [3]; il parvint ainsi aux équations de l'Hydrodynamique, dont Euler devait bientôt tirer tant d'admirables consequences.

Le Principe de d'Alembert ramène la mise en équations d'un problème quelconque de Dynamique à la mise en équations d'un problème de Statique; or, pour traiter ce dernier problème, Lagrange a donné une formule générale, tirée du Principe des vitesses virtuelles; cette formule va

1. D'Alembert. *Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides*, Paris, 1742, chapitre I, proposition I.
2. D'Alembert : *Traité de Dynamique*, Paris, 1743.
3. D'Alembert : *Traite de l'Equilibre et du Mouvement des fluides pour servir de suite au Traité de Dynamique*, Paris, 1744.

maintenant s'étendre et produire[1] la « formule générale de la Dynamique pour le mouvement d'un système quelconque de corps ». Cette formule exprimera que tout déplacement virtuel imposé au système, à partir de l'état qu'il présente à un instant quelconque, fait prendre la valeur zéro à la somme du travail des forces réelles et du travail des forces fictives d'inertie.

Toutes les idées essentielles introduites par Lagrange dans l'étude de la Statique se trouvent ainsi transportées à l'étude de la Dynamique, et leur fécondité en est immensément accrue.

La mise en équations du problème de la Statique prend la forme la plus simple possible lorsque la déformation virtuelle la plus générale du système est définie par les variations infiniment petites $\delta\alpha$, $\delta\beta$... des variables indépendantes α, β, ... Le travail virtuel des forces réellement agissantes prend alors la forme $A\delta\alpha + B\delta\beta + \ldots$; les *forces généralisées* A, B, ... dépendent des variables α, β, ...

D'une manière analogue, le travail virtuel des forces d'inertie peut se mettre sous la forme $J_\alpha\delta\alpha + J_\beta\delta\beta + \ldots$; les grandeurs J_α, J_β, ..., qu'il est naturel de nommer *forces d'inertie généralisées*, dépendent des variables α, β, ..., de leurs premières dérivées par rapport au temps, que l'on nommera les *vitesses généralisées*, et de leurs secondes dérivées par rapport au temps, que l'on nommera les *accélérations généralisées*.

Lagrange a d'ailleurs donné[2], pour former ces

1. LAGRANGE *Mécanique analytique*, 2e édition, 2e partie, section II, n° 5.

2. LAGRANGE *Ibid.*, 2e partie, section IV, n° 7.

quantités J_α, J_β, ..., une règle d'une extrême élégance; cette règle fait intervenir une grandeur qui va jouer en Dynamique un rôle essentiel: la *force vive du système*. Cette force vive s'obtient de la manière suivante : Prenant chacun des points ou des éléments de volume qui composent le système, on multiplie la moitié de sa masse m par le carré de sa vitesse v et l'on fait la somme des produits obtenus; cette somme $\frac{mv^2 + m'v'^2 + \ldots}{2}$ est la force vive.

La force vive peut s'exprimer au moyen des variables indépendantes α, β, ... et des vitesses généralisées; l'expression de la force vive au moyen de ces éléments possède cette double propriété d'être homogène et du second degré par rapport aux vitesses généralisées, et d'être positive pour peu que le système soit en mouvement. En faisant usage de la première de ces deux propriétés, Lagrange a institué un calcul régulier qui, de cette expression de la force vive, tire les forces d'inertie généralisées.

La formule fondamentale de la Dynamique exige que la somme des deux quantités $A\delta\alpha + B\delta\beta + \ldots$ et $J_\alpha\delta\alpha + J_\beta\delta\beta + \ldots$ soit égale à zéro pour tous les déplacements virtuels imposés au système, ou, en d'autres termes, que l'on ait, à chaque instant:

$$A + J_\alpha = 0, \qquad B + J_\beta = 0, \qquad \ldots$$

Ainsi s'obtiennent, sous la forme la plus simple et la plus maniable, les équations qui régissent le mouvement du système.

Ces *équations de Lagrange* sont en même nombre

que les variables indépendantes α, β, ...; elles relient entre elles non seulement ces variables, mais encore leurs premières et secondes dérivées par rapport au temps; elles constituent donc ce que les géomètres nomment un *système d'équations différentielles du second ordre.*

On n'attend pas de nous que nous exposions, même sommairement, les travaux auxquels ces équations ont donné lieu, depuis l'époque de Poisson, de Cauchy, de Pfaff, de Hamilton, de Jacobi, jusqu'à notre temps, illustré par les recherches de M. Henri Poincaré, de M. Painlevé, de M. Hadamard; c'est l'histoire même des équations différentielles du second ordre que nous serions amené à écrire; disons seulement qu'un des principaux faits analytiques mis en évidence par cette histoire serait l'extrême importance de la notion de *potentiel*, introduite par Lagrange.

Cette importance, d'ailleurs, va déjà éclater aux yeux par l'examen rapide de quelques questions de Dynamique, prises entre les plus essentielles ; ces questions se rattachent toutes à l'*équation de la force vive*[1].

Le fondement de cette équation se trouve dans cette remarque bien simple : Lorsqu'un système se meut pendant un certain laps de temps, les forces d'inertie effectuent un travail qui est précisément égal à la diminution de la force vive pendant le même temps. Dès lors, il suffit d'user de la formule fondamentale de la Dynamique, en traitant comme

1. LAGRANGE *Mécanique analytique*, 2e édition, 2e partie, section III, § v.

déplacement virtuel chacun des éléments du mouvement réel, pour obtenir la proposition suivante :

Le travail effectué, pendant un certain laps de temps, par les forces réelles qui sollicitent un système est égal à l'accroissement éprouvé, en même temps, par la force vive du système.

Ainsi se trouve précisée et ramenée aux principes mêmes de la Mécanique la célèbre loi de la force vive, aperçue en premier lieu par Leibniz.

Lorsque les forces auxquelles le système est soumis admettent un potentiel, cette loi prend une forme bien remarquable; dans ce cas, en effet, le travail accompli par les forces durant un certain laps de temps est égal à la diminution du potentiel pendant ce temps ; cette diminution du potentiel est donc égale à l'augmentation éprouvée, en même temps, par la force vive, en sorte que *la somme du potentiel et de la force vive garde, pendant toute la durée du mouvement, une valeur invariable.*

Un système isolé se trouve dans les conditions requises pour que ce théorème soit applicable ; les seules forces sont alors celles que les diverses parties du système exercent les unes sur les autres, et nous avons admis qu'elles dérivaient d'un potentiel ; dans ce cas, on donne souvent au potentiel des forces intérieures le nom d'*énergie potentielle* du système ; à la force vive, le nom d'*énergie vive, actuelle* ou *cinétique* ; à leur somme, le nom d'*énergie totale* ; la proposition précédente prend alors cette forme : *Dans le mouvement d'un système matériel soustrait à l'action de tout corps extérieur, l'énergie totale du système garde une valeur inva-*

riable; sous le nom de *Principe de la conservation de l'énergie*, cette proposition a joué un rôle capital dans le développement de la Physique.

Si le système étudié était soumis à l'action de certains corps extérieurs, la valeur de son énergie totale pourrait varier; l'accroissement subi par cette énergie pendant un certain laps de temps serait précisément égal au travail effectué, en même temps, par les forces qui proviennent des corps extérieurs.

En usant de l'équation de la force vive dans le cas où les forces qui s'exercent dérivent d'un potentiel, Lagrange a découvert un théorème fort important touchant la *stabilité de l'équilibre*.

Prenons un système mécanique soumis à de telles forces et, sans lui imprimer aucune vitesse initiale, plaçons-le dans un état où le potentiel des forces agissantes est moindre qu'en tout état voisin; les lois de la Statique montrent sans peine que le système demeurera en équilibre dans cet état. Les lois de la Dynamique et, en particulier, l'équation de la force vive, nous donnent un nouveau renseignement : A un instant donné, écartons très peu le système de son état d'équilibre et communiquons-lui des vitesses très petites ; le système va se mettre en mouvement, mais les divers états par lesquels il passera au cours de ce mouvement resteront toujours très voisins de l'état d'équilibre initial et les vitesses de ses différentes parties garderont de très petites valeurs ; l'équilibre initial sera un *équilibre stable*. De cette belle proposition, Lagrange[1] donna

1. LAGRANGE : *Mécanique analytique*, 2e édition, 1re partie, section III, § v, no 25.

une démonstration que, par de légères modifications, Lejeune-Dirichlet[1] rendit tout à fait rigoureuse.

Au voisinage d'une telle position d'équilibre stable, le système, légèrement écarté de son état d'équilibre, exécute de petites oscillations ; ces oscillations résultent de la superposition d'autant de vibrations simples qu'il y a de variables indépendantes[2] ; les méthodes imaginées par Lagrange pour étudier ces oscillations sont également précieuses au physicien et à l'ingénieur ; elles n'ont pas moins de portée en Acoustique que dans la théorie des vibrations des machines.

Un système ne peut-il se trouver en équilibre stable que dans les positions où le potentiel atteint une valeur minimum ? Lagrange crut avoir démontré cette proposition ; mais ses raisonnements étaient visiblement insuffisants ; c'est seulement de nos jours que M. Liapounoff et M. Hadamard ont pu, dans un cas fort étendu, leur substituer des déductions convaincantes.

1. Lejeune-Dirichlet · *Ueber die Stabilität des Gleichgewichtes* (Crelle's Journal, Bd. XXXII, § 85 , 1846).

2. Lagrange . *Mécanique analytique*, 2e édition, 2e partie, section VI, § I.

CHAPITRE VIII

LA MÉCANIQUE ANALYTIQUE DE LAGRANGE ET LA MÉCANIQUE PHYSIQUE DE POISSON

La notion de force fictive de liaison est celle qui distingue le plus profondément la Mécanique de Lagrange de la Mécanique de Newton et de Boscovich ; en celle-ci, en effet, les corps sont exclusivement composés de points matériels *libres*, en sorte que toutes les forces que l'on y considère sont des forces réellement agissantes ; en celle-là, au contraire, les corps sont des milieux continus dont les divers éléments, impénétrables les uns aux autres, se gênent mutuellement dans leurs mouvements.

Peut-on se passer de la notion de force de liaison introduite en Mécanique par Lagrange, et retrouver tous les résultats de ce géomètre en composant les corps par des points matériels qui s'attirent mutuellement ? Laplace paraît avoir, le premier, émis cette opinion : « Tous les phénomènes terrestres, dit-il[1] à propos des attractions molé-

1. Laplace : *Mécanique céleste*, livre XII, chapitre I.

culaires, dépendent de ce genre de forces, comme les phénomènes célestes dépendent de la gravitation universelle. Leur considération me paraît devoir être maintenant le principal objet de la Philosophie mathématique. Il me semble même utile de l'introduire dans les démonstrations de la Mécanique, en abandonnant les considérations abstraites de lignes sans masse flexibles ou inflexibles et de corps parfaitement durs. Quelques essais m'ont fait voir qu'en se rapprochant ainsi de la Nature, on pouvait donner à ces démonstrations autant de simplicité et beaucoup plus de clarte que par les méthodes usitées jusqu'à ce jour. »

Les nombreux mémoires de Poisson vont transformer cette remarque en une véritable doctrine, rivale de celle de Lagrange et qui s'efforcera de la supplanter. Entre ces deux méthodes, le débat est l'un des plus graves, et, en même temps, l'un des plus subtils qu'ait à relater l'historien des explications mécaniques.

Remarquons, en premier lieu, qu'entre les divers éléments de volume d'un milieu continu, traité selon la méthode de Lagrange, on peut fort bien admettre l'existence de ces forces attractives ou répulsives introduites par la Physique newtonienne et nommées actions moléculaires. Lorsque, par exemple, Gauss[1] traite un fluide comme un milieu continu dont les divers éléments sont soumis à de telles forces, lorsqu'il détermine la figure de ce fluide par le procédé des déplacements virtuels, il n'écrit

1. C. F. Gauss : *Principia generalia theoriæ figuræ fluidorum in statu æquilibrii* (Commentationes Societatis Gottingensis recentiores, vol. VII, 1830. — Gauss, Werke, Bd. V).

rien qui ne s'accorde très exactement avec les règles posées dans la *Mécanique analytique*.

Mais l'existence de ces actions mutuelles n'empêche nullement chaque partie d'un tel milieu continu d'être impénétrable aux parties voisines, en sorte que la présence de chacune de ces parties oppose un obstacle au mouvement des parties contiguës et constitue pour elles une *liaison*.

C'est à la considération de telles liaisons que se relie la notion générale de pression à l'intérieur d'un milieu quelconque, solide ou fluide, mobile ou immobile ; pour définir cette notion, il suffit d'étendre ce que, d'après Lagrange, nous avons dit de la pression hydrostatique.

Considérez un milieu continu dont les divers éléments de volume sont impénétrables les uns aux autres ; le mouvement de chacune des parcelles de ce milieu est soumis à certaines conditions de liaisons qui résultent de l'impénétrabilité des parcelles attenantes ; isolez par la pensée, en l'entourant d'une surface fermée, une portion de ce milieu ; éloignez-la de tout le reste du milieu, *tout en conservant la force réelle qui agit sur chacun des éléments de la portion ainsi isolée* ; les liaisons auxquelles cette portion est soumise ont changé par cette opération, tandis que les actions réelles qui la sollicitent sont demeurées inaltérées ; ces forces ne lui imprimeraient plus, en général, le mouvement qu'elles lui imprimaient lorsqu'elle était placée au sein du milieu ; si l'on veut que le mouvement de cette masse demeure inaltéré par l'opération qui l'a isolée, il faudra, aux forces réellement agissantes qui en sollicitaient et qui en sol-

licitent encore les éléments, adjoindre des forces nouvelles, qui seront les *forces de liaison*.

Par les méthodes de Lagrange, liées aux principes fondamentaux du Calcul des variations, on démontre que ces forces sont appliquées exclusivement à la surface qui limite la masse isolée ; que chaque élément de cette surface supporte une force du même ordre de grandeur que son aire; que, pour connaître la grandeur et la direction de la force supportee par un élément, il n'est pas nécessaire de connaître la surface dont cet élément fait partie, mais seulement la position de l'élément à l'intérieur du milieu; ainsi se trouve nettement définie la notion de pression en chaque point du milieu et pour chaque orientation de l'élément superficiel mené par ce point.

Lorsque, pour définir la pression à l'intérieur d'un corps, on isole une partie de ce corps de tout ce qui l'environne, il faut avoir grand soin, comme nous l'avons indiqué, de ne supprimer aucune des forces réelles qui agissent sur cette partie. Si, par exemple, on regarde certaines de ces forces comme provenant des portions avoisinantes du milieu, de telle sorte que la suppression de ces portions entraîne la disparition de ces forces, on les supposera remplacées par d'autres forces égales, émanées de corps non contigus à la portion isolée, partant, n'apportant aucune gêne à son mouvement.

Mais il faudrait bien se garder de dire simplement et sans précautions que les pressions sont les forces qu'il faut appliquer à une portion du milieu, isolée de ce qui l'environne, pour lui rendre le mouvement qu'elle prendrait dans sa situation na-

turelle au sein du milieu. Dans ces conditions, en effet, les pressions remplaceraient non seulement les *liaisons* dues à la présence des parties du milieu contiguës à celle que nous avons isolée, mais encore les *forces réelles* que les premières parties peuvent exercer sur la dernière. Cette confusion ne paraît pas avoir été évitée par Lamé[1].

Pour Poisson, comme pour Boscovich, les corps ne sont continus qu'en apparence; en réalité, ils sont formés de points matériels isolés. Si nous considérons une partie d'un milieu, c'est-à-dire un groupe de points matériels, ses déplacements virtuels infiniment petits n'éprouvent aucune gêne de la part des points matériels qui avoisinent ce groupe sans le toucher; si nous éloignons ces points matériels voisins, nous ne supprimons aucune liaison au groupe conservé; mais *nous supprimons les actions moleculaires que ce groupe éprouvait de la part des points matériels que nous avons éloignés*; les pressions que nous allons appliquer aux points matériels conservés auront pour objet de compenser exactement l'effet de ces forces moléculaires détruites. Selon cette manière de voir, les pressions ne sont plus des forces de liaison; ce sont les résultats des actions moléculaires exercées sur une partie des points matériels qui composent le système par les autres points matériels du système.

Tel est le sens attribué par Poisson à la *pression* que l'on rencontre dans l'étude des milieux

1. Lamé · *Leçons sur la théorie mathématique de l'Élasticite des corps solides*, 2e édition, p. 10.

solides ou fluides, à la *tension* d'un fil ou d'une membrane.

C'est, en effet, dans son *Mémoire sur les surfaces élastiques* [1] que, pour la première fois, Poisson définit de la sorte la tension d'une membrane; mais bientôt, il pousse les conséquences de cette méthode dans toutes les parties de la Physique, dans l'étude de l'Élasticité [2], de l'Hydrostatique [3], de la Capillarité [4]. Selon lui, cette innovation constitue une réforme capitale, la création d'une nouvelle Mécanique, la *Mécanique physique*, appelée à supplanter la *Mécanique analytique* de Lagrange. Voici en quels termes il s'exprime à la fin du préambule de son *Mémoire sur les corps élastiques* :

« Ajoutons qu'il serait à désirer que les géomètres reprissent, sous ce point de vue physique et conforme à la Nature, les principales questions de Mécanique. Il a fallu les traiter d'une manière tout à fait abstraite pour découvrir les lois générales de l'équilibre et du mouvement; et, en ce genre d'abstraction, Lagrange est allé aussi loin qu'on puisse le concevoir, lorsqu'il a remplacé les liens physiques des corps par des équations entre les coordonnées de leurs différents points; c'est là ce qui constitue la *Mécanique analytique;* mais, à côté de

1. Poisson : *Mémoire sur les surfaces élastiques*, lu à l'Institut le 1er août 1814.

2. Poisson : *Mémoire sur l'équilibre et le mouvement des corps élastiques*, lu à l'Académie le 14 avril 1828.

3. Poisson. *Mémoire sur l'équilibre des fluides*, lu à l'Académie le 24 novembre 1828.

4. Poisson : *Nouvelle théorie de l'action capillaire*, Paris, 1831.

cette admirable conception, on pourrait maintenant élever la *Mécanique physique*, dont le principe unique serait de ramener tout aux actions moléculaires, qui transmettent d'un point à l'autre l'action des forces données et sont l'intermédiaire de leur équilibre. De cette manière, on n'aurait plus d'hypothèses spéciales à faire lorsqu'on voudra appliquer les règles générales de la Mécanique à des questions particulières. Ainsi, dans le problème de l'équilibre des corps flexibles, la tension qu'on introduit pour le résoudre sera le résultat immédiat des actions mutuelles des molécules, un tant soit peu écartées de leurs positions naturelles; dans le cas de la lame élastique, le moment d'élasticité par flexion proviendra de ces mêmes actions considérées dans toute l'épaisseur de la plaque, et son expression sera déterminée sans aucune hypothèse; enfin les actions exercées par les fluides dans leur intérieur et sur les parois des vases qui les contiennent sont aussi les résultantes des actions de leurs molécules sur les surfaces pressées, ou plutôt sur une couche fluide extrêmement mince en contact avec chaque surface. »

Ainsi, selon Poisson, il existe deux manières de concevoir la Mécanique : dans l'une, qui est celle des géomètres, les systèmes étudiés sont soumis seulement à des forces extérieures, ou à des attractions mutuelles dépendant de la gravité universelle, mais ils sont assujettis à des liaisons; dans l'autre, qui est celle des physiciens, les systèmes sont formés de points matériels libres; mais, aux forces réelles que considérait la première Mécanique, il faut joindre les actions moléculaires qui

s'exercent en chaque couple de points; *ces deux Mécaniques sont équivalentes pour qui ne tient compte que de leurs conséquences; mais la seconde serre de plus près la nature intime des choses.*

Cette doctrine de Poisson, nous l'avons dit, n'est que le développement d'une pensée de Laplace; nous ne nous étonnerons donc pas de la retrouver dans les écrits des contemporains de Poisson, particulièrement de ceux qui ont fondé la théorie de l'Élasticité. La pression est définie selon la méthode de Poisson au début du Mémoire où Navier[1] pose, pour la première fois, les conditions d'équilibre d'un solide élastique. Cauchy[2] suit la même voie lorsqu'il étend aux corps non isotropes les résultats obtenus par Navier; dans ses nombreuses et importantes recherches sur l'élasticité, il suit tantôt la méthode de Lagrange, tantôt la méthode de Laplace et de Poisson : « Dans la recherche des équations qui expriment les conditions d'équilibre ou les lois du mouvement intérieur des corps solides ou fluides, on peut, dit-il[3], considérer ces corps comme des masses continues dont la densité

1. NAVIER *Mémoire sur les lois de l'équilibre et du mouvement des corps solides élastiques*, lu à l'Académie des Sciences le 14 mai 1821.

2. CAUCHY *Recherches sur l'équilibre et le mouvement intérieur des corps solides ou fluides, élastiques ou non élastiques*, communiquées à l'Académie des Sciences le 30 septembre 1822 (*Bulletin de la Société philomatique*, année 1823, p. 9).

3. CAUCHY : *Sur les équations qui expriment les conditions d'équilibre ou les lois du mouvement intérieur d'un corps solide élastique ou non élastique* (*Anciens Exercices*, 3e année, p. 160; 1828).

varie d'un point à l'autre par degrés insensibles, ou comme des systèmes de points matériels distincts, mais séparés entre eux par de très petites distances. » Cauchy semble s'attacher, en toutes circonstances, à établir l'équivalence des deux méthodes.

Jusqu'à nos jours, les esprits les plus éminents n'ont cessé de professer, au sujet des pressions, les idées émises par Poisson, d'en admettre l'équivalence avec les opinions de Lagrange, voire de les prôner comme plus conformes que celles-ci à la véritable constitution des corps.

Parlant de la théorie de la capillarité donnée par Poisson, J. Bertrand s'exprime ainsi [1] : « Il est bien vrai que, dans le fluide physique et compressible, la pression ne peut être distinguée de la résultante des forces moléculaires et doit se calculer, comme Poisson l'a si souvent remarqué, au moyen de la fonction qui les représente. Mais, au point de vue abstrait auquel les géomètres se placent, cette pression forme une force à part, de la nature de celles que l'on introduit si souvent en Mécanique sous le nom de *forces de liaison...* »

De Saint-Venant, dont les immenses travaux ont grandement contribué aux progrès de l'élasticité, n'a cessé de défendre la manière de voir de Poisson. En marge d'un exemplaire de la *Mécanique analytique*, qui lui a appartenu, auprès du passage où Lagrange marque si nettement que la pression hydrostatique est une force de liaison,

1. J. BERTRAND *Mémoire sur la théorie des phénomènes capillaires* (*Journal de Liouville*, t. XIII, p. 195, 1848).

nous trouvons cette note de sa main : « La pression, c'est la répulsion moyenne des molécules fluides. » Quelques lignes plus bas, en regard d'un théorème, dû à Euler, sur la pression hydrostatique : « C'est encore une proposition *analytique*; il serait à désirer qu'on la convertît, ainsi que les autres, en principes physiques. » Au reste, dans la traduction du *Traité de l'Élasticité* de Clebsch, de Saint-Venant consacre une longue note[1] à l'exposé et à la défense des idées de Poisson.

Fidèle disciple de Saint-Venant, M. Boussinesq[2] ne considère jamais, en Mécanique, les forces de liaison, mais seulement les résultantes des actions moléculaires.

Dans son remarquable *Traité de Mécanique rationnelle*, M. de Freycinet[3] suit de tout près l'idée de Poisson; il étudie parallèlement les systèmes qu'il nomme *géométriques*, dont les différentes parties sont unies par des liaisons comprises à la manière de Lagrange, et les systèmes qu'il nomme *dynamiques*, dont les différents points, libres de tout lien, exercent les uns sur les autres des attractions ou des répulsions : « Dans la Nature, dit-il, *il n'y a pas de systèmes géométriques.* »

Nous n'en finirions pas si nous voulions énumérer tous les auteurs qui, explicitement ou implicitement, ont abandonné la notion de force de liaison

1. CLEBSCH . *Théorie de l'élasticité des corps solides*, traduite par MM. Barré de Saint-Venant et Flamant, pp. 63 et suiv.; Paris, 1881.

2. J. BOUSSINESQ *Leçons synthétiques de Mécanique générale*; Paris, 1889.

3. DE FREYCINET *Traité de Mécanique rationnelle*, t. I, p. 240, Paris, 1858.

définie par la *Mécanique analytique* pour adhérer aux principes de la *Mécanique physique*.

Ces deux méthodes propres à traiter nettement les problèmes de la Mécanique sont, toutes deux, clairement et nettement formulées; qu'il soit logiquement permis de suivre l'une ou de suivre l'autre, c'est ce que personne ne saurait contester. En revanche, ce qu'il est loisible de contester, c'est l'équivalence des deux méthodes; cette équivalence, si elle existe, ne saurait passer pour évidente; elle réclame une démonstration; il faut prouver, et non postuler, que ces deux Mécaniques conduisent, en toutes circonstances, aux mêmes conséquences. Si donc, par une de ces méthodes, on obtient des résultats qui ne s'accordent pas avec l'autre, on n'aura pas à se scandaliser de cette contradiction; mais, comparant à l'expérience les résultats disparates des deux méthodes, on pourra rechercher quelle est celle qui s'adapte le mieux aux faits.

L'histoire de la théorie de la capillarité nous offre une occasion d'appliquer ces remarques.

Depuis Newton, la plupart des géomètres se sont accordés à attribuer la figure prise par un fluide dans un vase étroit aux attractions moléculaires qu'exercent, les unes sur les autres, les diverses parties du fluide. Cette hypothèse s'accorde, cela va de soi, avec les principes de la Mécanique de Poisson; mais elle est également conciliable, nous l'avons remarqué, avec les principes de la Mécanique de Lagrange; seulement, dans cette dernière, le fluide est supposé continu; les attractions moléculaires s'exercent alors, non pas entre des points, mais entre des volumes infiniment petits

outre ces actions, on devra considérer les liaisons des éléments contigus; d'ailleurs, à ces liaisons, on aura très logiquement le droit d'en adjoindre d'autres, telles que la condition d'*incompressibilité*, imposant à chaque masse élémentaire un volume invariable.

Les procédés de Lagrange permettent d'étudier l'équilibre de semblables fluides. On peut, à l'exemple de Gauss[1], imprimer au système entier une modification virtuelle, ce qui évite de considérer la pression à l'intérieur du fluide; on peut aussi, comme Franz Neumann[2], introduire cette pression dans les calculs, en suivant de tout près la méthode employée en hydrostatique par Lagrange; les résultats obtenus par l'un ou l'autre de ces deux procédés s'accordent entièrement avec ceux que Laplace[3] avait trouvés; l'illustre auteur de la *Mécanique céleste* faisait, d'ailleurs, usage du *Principe de l'équilibre des canaux*, imaginé par Clairaut[4] et ramené par Lagrange au principe des vitesses virtuelles.

A son tour, Poisson[5] aborde le problème de l'équilibre des liquides dans les espaces capillaires,

1. C. F. GAUSS : *Principia generalia theoriæ figuræ fluidorum in statu æquilibrii* (*Commentationes Societatis Gottingensis recentiores*, vol. VII, 1830-Gauss, Werke, Bd V).

2. F. E. NEUMANN · *Vorlesungen über die Theorie der Kapillarität*, Ch. VIII; Leipzig, 1894.

3. LAPLACE *Supplément au Xe Livre de la Mécanique céleste; sur l'action capillaire. — Supplément à la Théorie de l'action capillaire.*

4. CLAIRAUT : *Théorie de la figure de la Terre*; Paris, 1743.

5. POISSON : *Mémoire sur l'équilibre des fluides*, lu à l'Académie des Sciences, le 24 novembre 1828. — *Nouvelle théorie de l'action capillaire*; Paris, 1831.

suivant les règles de la Mécanique physique; les conséquences auxquelles il parvient ne sauraient s'accorder avec les propositions de Laplace et de Gauss, si l'on supposait le liquide incompressible; pour retrouver les lois des phénomènes capillaires, telles que les a énoncées l'auteur de la *Mécanique céleste*, il faut supposer que le liquide est compressible et que sa densité varie très rapidement au voisinage des surfaces terminales.

Ce désaccord, Poisson le tourne en objection contre la théorie de Laplace et de Gauss; en refusant la compressibilité au liquide, ils auraient « omis une circonstance physique dont la considération était essentielle et sans laquelle les phénomènes capillaires n'auraient pas lieu. »

Cette conclusion que Poisson tire de ses recherches est injuste; la seule conclusion légitime qu'il pût en tirer se serait formulée en ces termes : Le fluide incompressible, logiquement concevable dans la Mécanique analytique, est inconcevable en Mécanique physique. « En effet, remarque Quet[1], il n'y est tenu aucun compte des forces de liaison, que l'on est pourtant obligé d'admettre, si l'on veut que les liquides, supposés incompressibles, soient capables d'appuyer plus ou moins fortement leurs éléments les uns contre les autres et de transmettre les pressions à l'intérieur. La suppression de ces forces de liaison fait disparaître non seulement les phénomènes capillaires, mais aussi l'Hydrostatique tout entière et l'Hydrodynamique, et il n'est pas besoin

1. Quet : *Rapport sur les progrès de la Capillarité*; Paris, 1867.

de calculs pour le voir. Sans elles, les conditions d'équilibre sont nécessairement incomplètes, et il y aurait lieu de s'étonner qu'on ne fût pas conduit à de flagrantes contradictions par une méthode qui ne tient pas compte de toutes les causes. »

La Mécanique analytique et la Mécanique physique sont donc loin de conduire, en toutes circonstances, à des résultats équivalents. Puisqu'elles diffèrent, quelle est celle qu'il convient d'adopter? La Mécanique physique est-elle, comme elle le prétend, celle qui, par les voies les plus naturelles et les plus courtes, se modèle le plus exactement sur les faits?

Remarquons, tout d'abord, que, pour mener ses calculs jusqu'au bout, il lui faut renoncer, tôt ou tard, à traiter les corps comme des assemblages de points matériels libres et restituer à la matière la continuité qu'elle lui avait refusée. A cette condition seulement, elle peut transformer en intégrales aisées à manier les sommes, rebelles à l'analyse, que ses procédés lui fournissent en premier lieu. Cette transformation des sommes en intégrales ne s'obtient pas sans discussions toujours lourdes, ni approximations souvent scabreuses; en cette opération, la rigueur mathématique souffre presque autant que l'élégance; l'une et l'autre s'accorderaient à recommander les calculs de la Mécanique analytique. Mais d'autres difficultés hérissent la voie de la Mécanique physique.

Considérons un assemblage de points matériels libres; supposons qu'entre deux quelconques de ces points s'exerce une action réciproque proportionnelle au produit des masses de ces deux points

et fonction de la distance qui les sépare. Imaginons d'abord que, quelque petite que soit cette distance, l'action soit attractive. Il est clair que le système, soustrait à toute force extérieure, ne pourrait être en équilibre; tous les points matériels inétendus tendraient à se réunir en un seul; il en serait de même, *a fortiori*, si une pression uniforme s'exerçait à la surface du corps; celui-ci devrait avoir un volume nul et une densité infinie.

Boscovich avait clairement aperçu cette difficulté. Pour y parer, il supposait que l'action réciproque de deux points devenait toujours répulsive lorsque la distance mutuelle de ces deux points tombait au-dessous d'une certaine limite. Par la même remarque, Navier et Lamé se sont trouvés conduits à modifier plus profondément les principes mêmes de la philosophie newtonienne; selon ces physiciens, lorsque le corps est à l'*état naturel*, c'est-à-dire soustrait à toute action extérieure et cependant en équilibre, deux points matériels quelconques n'exercent l'un sur l'autre aucune action; leur action réciproque ne naît que par l'effet de la déformation, qui écarte ou rapproche ces deux points ; elle est proportionnelle au changement survenu dans la distance des deux points matériels et tend toujours à s'opposer à ce changement; sa grandeur dépend, d'ailleurs, de la distance primitive des deux particules. Cette opinion a rencontré peu de partisans; elle n'évite d'ailleurs pas certaines objections graves, auxquelles achoppe la théorie de Poisson, et dont il nous reste à dire quelques mots.

Observons d'abord ceci : Lorsqu'on nie l'exis-

tence des liaisons, lorsqu'on regarde les corps comme des assemblages de points matériels libres exerçant les uns sur les autres des forces attractives ou répulsives, il est impossible d'introduire d'une manière logique une ligne de démarcation entre les solides élastiques isotropes d'une part, et les liquides compressibles d'autre part; tout ce qui sera démontré des corps élastiques isotropes devra demeurer vrai, en particulier, pour les liquides compressibles.

Or, l'étude des solides isotropes conduit Poisson à des conséquences remarquablement simples; ainsi, lorsqu'on étire un prisme formé par un tel corps, le rapport de la contraction transversale à l'allongement longitudinal est fixe et égal à $\frac{1}{4}$; ou bien encore, en tout corps isotrope, le rapport du coefficient de compressibilité cubique au coefficient d'élasticité de traction est égal à $\frac{2}{3}$.

L'expérience vérifie-t-elle ces conclusions? Cornu, Kirchhoff les ont trouvées exactes dans certains cas particuliers; mais, selon Wertheim, elles ne le sont pas pour les métaux. Par conséquent, « un corps solide, même isotrope[1], ne peut être considéré comme formé par un système de molécules qui s'attirent ou se repoussent mutuellement suivant une fonction de la distance,... sans être assujetties à de certaines liaisons telles qu'on en considère en Mécanique analytique. »

1. É. Mathieu : *Théorie de l'élasticité des corps solides*, t. I, p. 6 et 39; Paris, 1890.

Les partisans de la théorie de Poisson, il est vrai, pourront toujours opposer une fin de non-recevoir aux contradictions de l'expérience, en déclarant que les corps dont les propriétés ne s'accordent pas avec leurs formules ne sont pas vraiment isotropes, qu'ils sont constitués par des enchevêtrements de cristaux; et ils n'ont pas manqué d'user de cette échappatoire; mais on peut leur opposer un argument qui semble sans réplique.

Tout ce que la théorie de Poisson énonce des corps élastiques isotropes doit, en bonne logique, s'entendre également des liquides. Si donc, pour les corps vraiment isotropes, le coefficient de compressibilité cubique s'obtient en multipliant par $\frac{3}{2}$ le coefficient d'élasticité de traction, cette proposition doit demeurer vraie pour les liquides. Or, cela ne peut être, car pour les liquides, le coefficient de compressibilité cubique diffère de zéro, tandis que le coefficient d'élasticité de traction est nul.

Il est donc impossible de garder les principes sur lesquels Poisson voulait faire reposer la Mécanique physique, à moins d'avoir recours à des subtilités et à des faux-fuyants. Poisson, d'ailleurs, s'était déjà vu réduit à ces moyens de défense désespérés; il suffit, pour s'en convaincre, de lire les *Notions préliminaires* par lesquelles s'ouvre le *Mémoire sur l'équilibre des fluides*. Non seulement Poisson n'y regarde plus les éléments des corps comme des points sans étendue, non seulement il les traite comme des particules figurées, mais

encore il invoque, sous le nom d'*action secondaire*, une force qui dépend de la forme des molécules, qui gêne ou facilite leur mobilité, et à laquelle il attribue tous les effets que la Mécanique analytique attribuerait aux forces de liaison.

Lorsqu'une théorie, pour se défendre, multiplie ainsi les ruses et les chicanes, il est inutile de la poursuivre, car elle devient insaisissable; mais il serait oiseux de la saisir, car, pour tout esprit juste, c'est une doctrine vaincue. Telle est la Mécanique physique.

De la difficulté à laquelle celle-ci est venue se briser, la Mécanique analytique, sa rivale, triomphe sans peine; ses méthodes, mises en œuvre par Cauchy, par Green, par Lamé, montrent que les propriétés élastiques d'un corps isotrope dépendent de deux coefficients distincts, librement variables d'un corps à l'autre; ces coefficients, Lamé les a désignés par les deux lettres λ et μ. Dans un prisme étiré, le rapport de la contraction transversale à la dilatation longitudinale a pour valeur $\frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)}$; le rapport du coefficient de compressibilité cubique au coefficient d'élasticité de traction a pour valeur $\frac{\lambda+\mu}{3\mu}$; ces deux rapports peuvent donc prendre, pour les diverses substances, les valeurs les plus diverses; on retrouverait les valeurs admises par Poisson si l'on supposait que les deux coefficients λ et μ sont égaux entre eux; mais cette hypothèse ne peut être faite d'une manière générale, car, pour les liquides, μ est nul, tandis que λ a une valeur positive quelconque

CHAPITRE IX

LA THÉORIE CINÉTIQUE DES GAZ

La *Mécanique analytique*, triomphante, n'est pas construite exclusivement avec la *figure* et le *mouvement*, seuls éléments admis par les cartésiens dans l'explication du monde; à ces éléments, elle ne se contente pas, comme les atomistes, d'adjoindre la *masse*; elle invoque, en outre, l'idée de *force*; mais ces quatre notions lui suffisent à construire un système admirable d'ampleur et d'unité logique. Ce système réalise le rêve de Leibniz; il est donc, comme ce grand métaphysicien l'a reconnu, une reaction à l'encontre des tendances de Gassendi, de Descartes et de Huygens, un retour aux doctrines de l'École.

Le continuel mouvement de flux et de reflux qui fait osciller les opinions humaines a poussé la Mécanique de Lagrange et de ses contemporains vers l'antique Physique péripatéticienne; le jusant succédant au flot, la science de la Nature va maintenant dériver vers les doctrines atomistiques.

Ce changement de sens dans le courant qui entraîne les théories physiques a été déterminé par

la découverte de l'équivalence entre la chaleur et le travail mécanique. Cette découverte, nous le verrons au Chapitre suivant, s'accordait fort bien avec l'hypothèse que la chaleur est un mouvement, hypothèse émise par Descartes et acceptée par tous les physiciens qui ont précédé Black et Crawford; elle était donc naturellement appelée à remettre en faveur la Physique cartésienne ou atomistique, les explications qui rejettent la notion de force.

Parmi ces explications, la théorie atomistique des propriétés des gaz attira tout d'abord l'attention des physiciens. Cette préférence était, pour ainsi dire, forcée, car les lois relatives aux corps gazeux étaient précisément celles qui avaient provoqué la création de la Thermodynamique, celles qui se prêtaient à ses calculs les plus aisés et les plus complets.

Préparée par les essais de Leibniz, de Malebranche, de Jacques Bernoulli, de Parent, de Jean I Bernoulli, la doctrine connue aujourd'hui sous le nom de *Théorie cinétique des gaz* fut définie avec précision en 1738, par Daniel Bernoulli, dans la dixième section de son *Hydrodynamique*[1].

Imaginons, dit-il, un vase cylindrique à génératrices verticales, dont l'orifice supérieur soit fermé par un piston chargé d'un certain poids. Remplissons ce vase d'une foule de corpuscules très petits, agités en tous sens; ces corpuscules, frappant le piston à coups redoublés, l'empêcheront de descendre; si l'on augmente le poids qui charge le

1. Danielis Bernoulli. *Hydrodynamica, sive de viribus et motibus fluidorum commentarii.* Argentorati, 1738.

piston, celui-ci s'abaissera jusqu'à ce que les petits corps, resserrés dans un espace moindre, le puissent soutenir par leurs chocs devenus plus fréquents. Nous avons sous les yeux un mécanisme qui simule les caractères les plus obvies d'un fluide élastique ; ne serait-il point capable d'en expliquer plus exactement les propriétés ?

Supposons que les particules gazeuses soient des sphères parfaitement élastiques, *se mouvant toutes avec la même vitesse* ; imaginons, en outre, qu'elles soient si petites que le volume réellement occupé par ces particules soit négligeable par rapport au volume dans lequel elles se meuvent, du moins lorsque l'air se trouve dans les conditions atmosphériques habituelles ; admettons, enfin, qu'en deux circonstances où cet air est également chaud, ces particules se meuvent également vite. Nous trouvons sans peine qu'en diverses masses d'air également chaudes, la pression est proportionnelle à la densité, conformément aux observations de Boyle, de Townley, de Mariotte ; cette loi, cependant, cesserait sans doute d'être exacte pour l'air très condensé, car le volume occupé par les molécules y deviendrait comparable au volume apparent de la masse gazeuse [1].

Si l'on porte une masse de gaz d'un degré déterminé de chaleur à un autre degré, également déterminé, la vitesse du mouvement moléculaire passe d'une valeur à une autre ; à densité égale, l'accroissement de la pression est proportionnel à l'accroissement du carré de la vitesse ; on retrouve ainsi

1. D. Bernoulli *Loc. cit.*, p. 202.

cette proposition [1], qu'Amontons avait obtenue expérimentalement dès 1702 : *En diverses masses d'air, de densités différentes, mais également chaudes, les élasticités sont entre elles comme les densités; les accroissements d'élasticité, dus à un accroissement déterminé de chaleur, sont proportionnels aux densités.*

« Connaissant [2] des valeurs proportionnelles aux élasticités manifestées, en diverses circonstances, par la même masse d'air, enfermée dans un même espace, il nous est facile de mesurer le degré de chaleur de cet air, pourvu que nous adoptions une définition conventionnelle d'un degré double, triple, etc., de chaleur; définition qui est arbitraire et nullement imposée par la nature des choses; on peut, ce me semble, prendre pour mesure du degré de chaleur l'élasticité d'une masse d'air dont la densité soit toujours égale à la densité habituelle ».

L'*échelle de températures* adoptée ici par Daniel Bernoulli est celle qu'Amontons avait proposée dès 1702 et pour laquelle il avait construit un thermomètre ; elle coïncide avec celle qui nous fournit aujourd'hui les *températures absolues*. Moyennant l'emploi de cette échelle, l'air exerce, en toutes circonstances, une pression proportionnelle au produit de sa densité par la température absolue.

La puissante tentative par laquelle Daniel Bernoulli avait essayé de rendre compte, selon les principes des atomistes, des lois de compressibilité

1. D. Bernoulli *Loc. cit.*, p. 203.
2. D. Bernoulli *Loc. cit.*, p. 204.

et de dilatation des gaz était bien oubliée lorsque Krönig[1] et Clausius[2] en retrouvèrent les idées essentielles et que celui-ci entreprit, en trois mémoires fondamentaux[3], d'en tirer une explication détaillée des phénomènes offerts par les gaz.

Les suppositions de Clausius sont, dans son premier Mémoire, presque identiques à celles que Daniel Bernoulli avait formulées. Les gaz sont formés de sphères dont le diamètre est très petit par rapport à la valeur moyenne de la distance qui sépare deux sphères voisines; chaque sphère se meut en ligne droite d'un mouvement uniforme, jusqu'à la rencontre d'une paroi ou d'une autre sphère; alors, elle rebondit, conformément aux lois du choc des corps élastiques; ces lois entraînent, pour les corps choqués, des variations de vitesse; les sphères élastiques qui constituent le gaz ne peuvent donc se mouvoir toutes avec la même vitesse, comme le voulait Daniel Bernoulli, dont l'analyse doit être modifiée en ce seul point; ce n'est plus la vitesse uniforme du mouvement moléculaire qui est indépendante de toutes conditions, sauf de la température; ce caractère appartient maintenant à la force vive moyenne, c'est celle-ci que l'on peut prendre pour mesure de la température absolue.

1. Krönig *Grundzüge einer Theorie der Gase. Poggendorff's Annalen*, Bd XCIX, p. 315, 1856.

2. Clausius : *Ueber die Art der Bewegung, welche wir Wärme nennen. Poggendorff's Annalen*, Bd C, p. 353, 1857.

3. Ces trois mémoires, publiés de 1857 à 1862 dans les *Annales de Poggendorff*, ont été traduits en français par M. F. Folie dans : R. Clausius : *Théorie mécanique de la Chaleur*, t. II, Paris, 1869.

Mais, dès le second Mémoire de Clausius, les hypothèses de la Théorie cinétique des gaz perdent cette simplicité qui les accordait avec les principes de la Physique atomistique ; entre deux molécules gazeuses, une action réciproque est supposée, qui s'accorde très exactement avec les règles posées par Boscovich ; attractive lorsque la distance mutuelle des deux molécules n'est pas du même ordre de grandeur que leurs propres dimensions, elle devient énergiquement répulsive lorsque cette distance tombe au-dessous d'une certaine limite ; plus tard, Maxwell précisera cette dernière supposition en admettant que l'action répulsive est en raison inverse de la cinquième puissance de la distance.

Par là, non seulement les fondements de la Théorie cinétique des gaz deviennent plus complexes, mais ils changent de caractère. La Physique atomistique, que l'on eût pu croire triomphante, est de nouveau délaissée. L'existence de forces moléculaires est admise par Clausius et par Maxwell, tout comme elle l'était par Boscovich et par Poisson.

Seulement, par rapport à la Physique de Poisson, la nouvelle doctrine offre de grandes complications.

Pour l'École de Poisson, un gaz dont la densité et la température paraissent invariables à nos sens et à nos instruments est réellement un gaz en équilibre ; sur chacun des points matériels qui le composent, toutes les forces se contre-balancent exactement, et ce point demeure en repos. Pour la théorie cinétique, l'équilibre que nous observons n'est qu'un équilibre apparent. S'il nous était

donné d'apercevoir les molécules ou les atomes, à la place de ce repos apparent, nous contemplerions une tumultueuse agitation, un chaos de courses folles et de chocs incessants. Un espace qui semblait imperceptible à nos yeux, même armés du plus puissant microscope, paraîtrait à notre nouvelle vue comme une immense étendue; une durée d'une très petite fraction de seconde semblerait longue d'une heure à des sens capables de suivre la marche des atomes. Si, dans un tel espace et pendant un tel temps, nous comptions les atomes qui marchent dans un certain sens, avec une certaine vitesse, et ceux qui marchent en sens contraire, avec la même vitesse, nous trouverions que le très grand nombre des premiers et le très grand nombre des seconds diffèrent entre eux d'un nombre qui n'est pas très grand; que, d'ailleurs, cette différence est tantôt en faveur du premier nombre, tantôt en faveur du second. C'est cette égalité approchée, c'est ce balancement entre les chances qu'ont les molécules d'être lancées dans une direction et les chances qu'elles ont d'être rejetées dans la direction opposée, qui constitue l'état d'équilibre apparent du gaz. Ainsi, la population d'une contrée est stationnaire lorsque, chaque année, le nombre des naissances diffère peu du nombre des décès et que, d'une année à l'autre, l'écart entre ces deux nombres change de sens. Selon l'heureuse expression de Maxwell, l'équilibre d'une masse gazeuse est un *équilibre statistique*.

Ces simples indications annoncent suffisamment les difficultés extrêmes que vont rencontrer les

physiciens lorsqu'ils voudront prendre les hypothèses cinétiques pour point de départ de déductions rigoureuses; ces difficultés se résument en ces deux mots : *approximation*, *probabilité*.

Sous l'uniformité et la continuité que nos sens perçoivent, que nos instruments mesurent, ces hypothèses mettent le mouvement désordonné et la multitude discontinue. Ce sont des sommes d'un nombre immense de termes, se succédant d'une manière irrégulière, qu'elles fourniront au mathématicien ; celui-ci, pour retrouver les grandeurs qui nous sont accessibles et qui ne sont que des valeurs moyennes, devra transformer ces sommes en intégrales ; au cours de ces transformations, il faudra tenir un compte minutieux de l'ordre de grandeur des éléments, à la fois très petits et très nombreux, que l'on aura sans cesse à considérer ; il faudra apprécier exactement quels termes sont assez petits pour être négligés, quels assez grands pour être conservés ; il faudra déterminer le degré d'approximation avec lequel chaque somme est représentée par l'intégrale qu'on lui a substituée.

Ces difficultés, la Mécanique physique de Poisson les connaissait déjà ; pour le géomètre qui discute les hypothèses cinétiques, elles ne sont pas les plus redoutables.

Ce que nos sens prennent pour un véritable état d'équilibre est seulement un état d'équilibre statistique, un état qui demeure stationnaire en moyenne, parce que les *chances* qui tendent à le troubler dans un sens sont compensées par les *chances* qui tendent à le troubler dans l'autre. Lors donc que nous voudrons savoir si une certaine

distribution d'atomes et de mouvements représente un état d'équilibre apparent, un état capable de durer, nous devrons supputer les chances qui sont en faveur de chacune des causes capables de le troubler. Dès lors, nous voici obligés de recourir au *Calcul des probabilités*, en dépit des hésitations et des doutes qui semblent inhérents à cet ordre de raisonnements.

Le moindre problème de théorie cinétique sera donc une énigme difficile à déchiffrer, difficile même à énoncer, si l'on tient à satisfaire les exigences des esprits rigoureux ; les plus zélés partisans de cette doctrine avouent volontiers qu'il est malaisé d'en discourir d'une manière irréprochable. « Les problèmes ainsi posés au mathématicien, dit M. Brillouin[1], sont d'une désespérante complexité ; mais n'est-il pas évident que cette complexité est dans la nature des choses, et qu'une idée fondamentale très simple ne peut servir à grouper un très grand nombre de phénomènes que si l'analyse logique du contenu de cette idée simple conduit à une grande richesse d'associations et de combinaisons ? Or, cette richesse, l'hypothèse moléculaire la possède ; la traduction rigoureuse en langage mathématique est extraordinairement difficile ; au lieu d'assurer chaque pas, il faut à chaque instant franchir un abîme ; ce n'est pas sur une bonne route nationale que nous avançons, c'est sur un glacier hérissé de séracs, traversé de crevasses. Car, il faut bien l'avouer, les

1. M. Brillouin · *Préface* aux *Leçons sur la Théorie des gaz*, de L. Boltzmann, traduites en français par A. Gallotti, p. 14, Paris, 1902.

raisonnements élégants ne semblent pas tous très sûrs; et certains raisonnements statistiques assez sûrs sont d'une rebutante longueur. »

Daniel Bernoulli croyait que toutes les molécules dont se compose une masse gazeuse se meuvent avec la même vitesse; cette supposition est visiblement inadmissible; d'une molécule à l'autre, la vitesse, différente en direction, l'est aussi en grandeur. Comment ces vitesses diverses se distribuent-elles entre les molécules, au sein d'une masse en équilibre apparent? C'est évidemment la première question qu'ait à examiner la Théorie cinétique des gaz. Elle peut, avec plus de précision, s'énoncer de la manière suivante : Des molécules parfaitement élastiques sont jetées, en très grand nombre, dans un espace très grand par rapport au volume qu'elles occupent réellement; entre ces molécules s'exercent des actions attractives ou répulsives conformes aux principes de la philosophie newtonienne; la force vive moyenne ou, en d'autres termes, la température est donnée; dans chaque direction de l'espace et à chaque instant, combien y a-t-il de molécules qui se meuvent avec une vitesse comprise entre deux limites données?

Maxwell obtint le premier une solution de ce problème; la règle élégante qu'il énonça rappelle celle par laquelle la méthode des moindres carrés distribue sur un grand nombre d'observations les erreurs accidentelles commises dans la détermination d'une grandeur. Mais les premières intuitions de Maxwell n'étaient pas des démonstrations; il fallut de longs efforts pour les étayer de raisonnements rigoureux; en ces efforts, le grand physi-

cien écossais reçut une aide puissante de M. L. Boltzmann [1].

Pour démontrer le théorème de Maxwell, il suffit de formuler des hypothèses extrêmement générales; mais, si l'on se borne à ces hypothèses, les conséquences de la Théorie cinétique des gaz sont trop indécises et trop peu définies pour qu'il soit possible de les comparer à l'expérience. Si l'on veut construire une théorie physique susceptible d'être soumise au contrôle des faits, il faut préciser davantage les hypothèses, les délimiter et les détailler par de nouvelles suppositions, et ces suppositions peuvent varier au gré des auteurs. De là diverses théories particulières, disparates entre elles, bien qu'elles dérivent toutes d'une même idée générale; discordantes en leurs conséquences, qui n'offrent jamais avec les faits qu'un accord partiel; de là, dans cette partie de la Physique, un état quelque peu chaotique, que M. Brillouin [2] nous décrit en ces termes :

« L'obligation d'aboutir à des résultats moyens, seuls observables, impose l'emploi de méthodes de statistique et de probabilités; mais l'ignorance où nous sommes des propriétés physiques des molécules et de la loi d'action moléculaire donne prise à bien des doutes sur la correction des suppositions faites au cours des calculs, sur l'indépendance relative des diverses probabilités. Sou-

1. Sous le titre *Vorlesungen über Gastheorie* (Leipzig, 1896-1898), M. L. Boltzmann a publié un précieux exposé de la Théorie cinétique des gaz. Le premier volume de cet ouvrage a été traduit en français par M. Gallotti, avec une préface de M. Brillouin, Paris, 1902.

2. M. Brillouin. *Loc. cit.*, p. 18.

vent aussi il semble impossible de poursuivre la théorie sans adopter une loi particulière d'action, soit le choc, soit la répulsion $\frac{1}{r^5}$; et, cependant, il y a certainement, dans les équations finales, des caractères généraux qui sont indépendants de cette loi d'action. Nombreuses sont donc les difficultés; chaque auteur les surmonte comme il peut. Une dans ses idées générales, la Théorie cinétique des gaz est diverse dans ses formules; ce sont bien les mêmes idées générales que tous les auteurs se sont efforcés d'exprimer en langage mathématique; mais, par le choix des simplifications, conscientes ou inconscientes, qu'exige la mise en équation du problème physique, chaque auteur a justifié à sa manière le vieil adage : *Traduire, c'est trahir*. Il y a donc des théories mathématiques diverses, et c'est une question très délicate de savoir si, sur tel ou tel point, la théorie de tel auteur est seulement imparfaite ou réellement fausse. »

Il semble bien que les partisans les plus convaincus de l'hypothèse cinétique, et, en particulier, l'illustre L. Boltzmann, aient renoncé à ramener ce chaos à l'ordre et à l'unité, à tirer de cette hypothèse, aidée d'un certain nombre de suppositions secondaires, une doctrine cohérente, conforme à tous les faits révélés par l'étude des gaz parfaits. Ils paraissent se résigner à ne voir, dans les diverses formes de la théorie cinétique, que des exemples mécaniques [1], qui *imitent* certaines pro-

1. L. Boltzmann *Leçons sur la Théorie des gaz*, traduites par A. Gallotti, t. I, p. 151, Paris, 1902.

priétés des gaz, qui peuvent, par voie d'*analogie*, donner aux expérimentateurs d'utiles indications [1], mais qui n'*expliquent* point la constitution réelle des gaz, qui ne prouvent point que la matière soit réellement formée comme le veulent les atomistes. « En présentant la théorie des gaz comme un ensemble d'*analogies mécaniques*, dit M. Boltzmann [2], nous indiquons déjà, par le choix de cette expression, combien nous sommes éloigné d'admettre, d'une façon ferme et comme une réalité, que les corps sont, en toutes leurs parties, composés de très petites particules. »

1. L. Boltzmann : *Loc. cit.*, p. 171.
2. L. Boltzmann : *Loc. cit.*, p. 4.

CHAPITRE X

LA THÉORIE MÉCANIQUE DE LA CHALEUR

Parmi les substances dont la Physique étudie la compression, la dilatation, l'échauffement ou le refroidissement, le groupe des gaz parfaits se distingue par l'uniformité et la simplicité de ses propriétés. Or, lorsqu'on se propose d'expliquer mécaniquement ces propriétés en invoquant seulement la figure des atomes, leurs mouvements, leurs actions mutuelles, on se heurte à des obstacles difficiles à franchir ; malgré les efforts qu'ont prodigués les physiciens et les géomètres, la Théorie cinétique des gaz se voit à peu près contrainte de renoncer à ses prétentions premières ; elle n'ose plus se donner comme expliquant la nature des substances gazeuses ; elle se contente de les imiter, de les figurer.

Si la Théorie cinétique des gaz a vu son développement arrêté par d'insurmontables barrières, si elle a dû dévier de la direction qu'elle s'était d'abord assignée, à plus forte raison rencontrerons-nous les mêmes obstacles et constaterons-nous la même déviation en étudiant la doctrine beaucoup

plus vaste qui prétend expliquer par la figure, le mouvement et la force tous les phénomènes accompagnés d'un dégagement ou d'une absorption de chaleur; cette doctrine est celle qui a reçu le nom de *Théorie mécanique de la Chaleur*.

Il faut remonter jusqu'à Descartes pour retrouver l'origine de l'hypothèse qui place la cause de nos sensations de chaud et de froid dans une agitation vive et désordonnée des petites parties des corps. Avant lui, les Scolastiques regardaient le chaud et le froid comme des qualités ; les anciens atomistes, et Gassendi lui-même, admettaient l'existence d'atomes spéciaux qui produisaient la sensation de chaleur, tandis que d'autres atomes engendraient le froid. Après Descartes, au contraire, tous les physiciens, qu'ils soient disciples de Huygens ou qu'ils se réclament de Newton, admettent que la chaleur est un effet du mouvement moléculaire. Cette hypothèse régna sans conteste jusqu'aux dernières annees du XVIIIe siècle; alors seulement les recherches calorimétriques de Black et de Crawford rendirent une faveur momentanée à des suppositions analogues à celle que prônait Gassendi; elles firent traiter la chaleur comme un fluide, auquel la nouvelle nomenclature chimique allait donner le nom de *Calorique*.

En 1783, Lavoisier et Laplace hésitent encore entre l'hypothèse nouvelle qui regarde la chaleur comme un fluide et l'ancienne hypothèse cartésienne, qu'ils énoncent[1], d'ailleurs, avec une grande

1. Lavoisier et Laplace · *Mémoire sur la Chaleur*, lu à l'Académie des Sciences le 18 juin 1783.

force et une grande précision : « D'autres physiciens pensent que la chaleur n'est que le résultat de mouvements insensibles des molécules de la matière. Pour développer cette hypothèse, nous observerons que, dans tous les mouvements où il n'y a pas de changement brusque, il existe une loi générale que les géomètres ont désignée sous le nom de *Principe de la conservation des forces vives*; cette loi consiste en ce que, dans un système de corps qui agissent les uns sur les autres d'une manière quelconque, la force vive, c'est-à-dire la somme des produits de chaque masse par le carré de sa vitesse, est constante. Si les corps sont animés par des forces accélératrices, la force vive est égale à ce qu'elle était à l'origine du mouvement, plus à la somme des masses multipliées par le carré des vitesses dues à l'action des forces accélératrices. Dans l'hypothèse que nous examinerons, la chaleur est la force vive qui résulte des mouvements insensibles des molécules d'un corps, elle est la somme des produits de la masse de chaque molécule par le carré de sa vitesse.

« ... Nous ne déciderons point entre les deux hypothèses précédentes ; plusieurs phénomènes paraissent favorables à la dernière; tel est, par exemple, celui de la chaleur que produit le frottement de deux corps solides... »

Malgré les admirables recherches de Laplace et de Poisson, le triomphe de l'hypothèse du Calorique fut de courte durée; certains faits contredisaient trop manifestement à cette doctrine; tel le dégagement de chaleur dans le frottement de deux corps, dégagement que l'on connaissait de temps

immémorial et que Rumford avait rendu particulièrement manifeste en la célèbre expérience de Münich; telle encore cette observation de Gay-Lussac qu'un gaz, en se détendant dans le vide, n'absorbe ni ne dégage de chaleur. D'ailleurs, l'Optique de Young et de Fresnel, en niant les corpuscules lumineux de Newton, en rendant à la lumière le caractère de mouvement vibratoire que lui avaient attribué Huygens et Malebranche, remettait en faveur les doctrines de Descartes et de ses successeurs; elle ruinait les hypothèses émissionnistes, empruntées aux anciens atomistes et à Gassendi. Aussi Sadi Carnot écrivait-il déjà : « La chaleur est le résultat d'un mouvement »; puis, définissant avec précision l'équivalent mécanique de la chaleur, indiquant les diverses méthodes qui peuvent servir à le mesurer, il en donnait une première évaluation numérique.

Sadi Carnot mourut en 1832, mais ses notes demeurèrent inédites jusqu'en 1878, laissant à Robert Mayer la gloire de publier le premier, en 1842, une définition et une évaluation de l'équivalent mécanique de la chaleur.

La découverte de Mayer n'était pas inspirée par l'opinion que la chaleur est un mouvement moléculaire, car l'illustre médecin de Heilbronn rejetait cette supposition; en revanche, cette hypothèse fut le stimulant des recherches poursuivies par ses continuateurs, Joule et Colding ; elle imprégnait les pages qu'en 1850, Clausius consacrait à l'énoncé précis du *Principe de l'équivalence entre la chaleur et le travail*.

Cet énoncé peut être aujourd'hui dégagé de

toute hypothèse touchant la nature de la chaleur. Rappelons cet énoncé et, pour éviter toute complication inutile, convenons d'évaluer la chaleur en *unités mécaniques*, c'est-à-dire de multiplier toute quantité de chaleur par l'équivalent mécanique de la chaleur.

Chaque état du système matériel que l'on se propose d'étudier correspond à une valeur bien déterminée d'une certaine grandeur, l'*énergie interne* de ce système ; lorsque le système change de forme ou de densité, lorsqu'il s'échauffe ou se refroidit, lorsqu'il passe de l'un des états solide, liquide, gazeux à l'autre, lorsqu'il est le siège d'une réaction chimique, lorsqu'il s'électrise ou s'aimante, son énergie interne change de valeur ; en revanche, elle demeure la même, que le système soit en repos ou en mouvement, que la vitesse de chacune des parties qui le composent soit petite ou grande.

Lorsque le système éprouve une modification, la force vive et l'énergie interne croissent chacune d'une certaine quantité ; il se produit un certain dégagement ou une certaine absorption de chaleur ; enfin, les forces que les corps étrangers exercent sur le système effectuent un certain travail. *Si, du travail externe, nous retranchons l'accroissement de la force vive et l'accroissement de l'énergie interne, nous obtenons la quantité de chaleur dégagée.* Tel est l'énoncé du Principe de l'équivalence entre la chaleur et le travail.

Quelle que soit l'origine que l'on veuille attribuer à ce principe, qu'on le regarde ou non comme lié à l'hypothèse qui fait de la chaleur un mode du mouvement, on doit le tenir pour un des plus fermes

soutiens de la Physique actuelle. Si l'on veut réduire tous les phénomènes physiques à la figure, au mouvement, a la masse et à la force, on doit tout d'abord donner une explication mécanique du Principe de l'équivalence entre la chaleur et le travail.

La besogne, d'ailleurs, est aisée; l'interprétation mécanique de ce principe est contemporaine de sa découverte; Helmholtz en 1847, Clausius en 1850, la formulaient d'une manière précise.

Considérons d'abord un système qui paraît en équilibre. Les molécules qui le composent sont animées d'un mouvement de si petite amplitude qu'il est indiscernable; mais ce mouvement est d'une très grande rapidité; tout en agitant les molécules en tout sens, d'une manière désordonnée, ce mouvement laisse invariable l'état moyen du système, qui est un état d'*équilibre statistique*. A ces *mouvements stationnaires*, comme les nomme Clausius, correspond une certaine force vive moyenne.

Si le système étudié paraît être non plus en équilibre, mais en mouvement, les molécules ne sont plus exclusivement animées de mouvements stationnaires; le mouvement réel qui entraîne chacune d'elles s'obtient en composant le mouvement stationnaire et le mouvement sensible.

Ce mouvement réel correspond à une certaine force vive. En général, quand on compose entre eux deux mouvements, il n'est pas vrai que la force vive du mouvement résultant soit égale a la somme des forces vives des mouvements composants; il n'est donc pas exact que la force vive totale d'un système soit, à chaque instant, la somme de la force

vive des mouvements stationnaires et de la force vive des mouvements sensibles.

Mais, dans les mouvements sensibles que nous avons à étudier, la vitesse de chaque point matériel varie graduellement, en général; en un temps qui semble très court à nos moyens de percevoir, la variation de cette vitesse est aussi très petite; au contraire, dans ce même temps, la vitesse, qui, dans le mouvement stationnaire, anime le même point matériel, a changé de sens un nombre immense de fois; calculée pour un tel intervalle de temps, la valeur moyenne de chacune de ses composantes diffère extrêmement peu de zéro; dès lors, une démonstration tout élémentaire permet d'affirmer que la force vive moyenne du système, prise pendant le même temps, est la somme de la force vive des mouvements sensibles et de la force vive moyenne des mouvements stationnaires.

Les molécules qui composent le système exercent les unes sur les autres des actions attractives ou répulsives; ces actions intérieures admettent un potentiel; grâce aux mouvements stationnaires qui agitent les molécules, la valeur de ce potentiel varie sans cesse, même dans un système qui paraît en équilibre; mais, en un tel système, elle oscille entre des limites très étroites autour d'une valeur moyenne qui caractérise l'état d'équilibre statistique du système. Si cet état éprouve un changement sensible, les forces intérieures effectuent un travail qui diffère peu de la diminution subie par ce potentiel moyen.

Les corps extérieurs qui entourent le système exercent sur lui certaines actions, et, durant un laps

de temps donné, ces actions effectuent un certain travail.

Ce travail comprend d'abord le travail qu'il faudrait effectuer pour donner, dans le même temps, le même déplacement sensible aux masses sensibles, si celles-ci n'étaient pas intérieurement agitées de mouvements stationnaires ; mais il comprend aussi autre chose ; sans analyser la nature de ce second contingent, nous le pouvons nommer la *quantité de chaleur* que le système a *reçue* des corps extérieurs ; en changeant le signe de cette grandeur, nous aurons la *quantité de chaleur dégagée* par le système.

La Dynamique nous fournit ce théorème : La somme du travail externe et du travail interne est égale à l'accroissement de la force vive totale du système. Usons-en, et nous obtiendrons la proposition suivante :

La somme du travail externe et de la diminution subie par la force vive sensible équivaut à une somme de trois termes :

1° *La quantité de chaleur dégagée ;*

2° *L'accroissement du potentiel moyen des actions intérieures ;*

3° *L'accroissement de la force vive moyenne des mouvements stationnaires.*

Il nous suffit maintenant de nommer *énergie interne* du système la somme du potentiel moyen des actions intérieures et de la force vive moyenne du mouvement stationnaire pour reconnaître l'énoncé du Principe de l'équivalence entre la chaleur et le travail.

Ce principe n'est pas le seul qui soit invoqué dans

la théorie de la chaleur, celle-ci ne parvient à son entier développement qu'en invoquant un autre principe : le *Principe de Sadi Carnot et de Clausius.*

A la découverte de ce dernier principe, les suppositions sur la nature mécanique de la chaleur n'ont nullement contribué ; des postulats, que l'induction avait tirés du sein des vérités d'expérience, ont conduit Sadi Carnot à l'énoncer sous une forme qui impliquait l'hypothèse du Calorique ; plus tard, Clausius l'a modifié de telle manière qu'il pût s'accorder avec le Principe de l'équivalence entre la chaleur et le travail ; les énoncés divers que ce grand physicien en a donnés sont indépendants de tout ce qui a été tenté pour expliquer les propriétés de la chaleur par les lois de la force et du mouvement.

Ces énoncés font jouer à la température un rôle essentiel, qui donne à cette propriété physique une physionomie tout à fait à part. Ils postulent, en effet, l'existence d'une certaine grandeur dont la valeur est fixe pour un degré déterminé de chaleur, en quelque corps que ce degré de chaleur soit réalisé ; cette valeur s'élève, d'ailleurs, au fur et à mesure que ce corps, quel qu'il soit, devient plus chaud. Cette grandeur est la *température absolue.*

Lorsqu'un système éprouve une modification infiniment petite, il dégage une certaine quantité de chaleur qui est, elle aussi, infiniment petite ; le quotient de cette quantité de chaleur par la température absolue du système est la *valeur de transformation* du changement d'état infiniment petit. Une modification finie est une succession de modifications infiniment petites, dont chacune a une

valeur de transformation ; la somme de ces valeurs de transformation est la valeur de transformation de la modification totale.

Ces définitions permettent de formuler le Principe de Sadi Carnot et de Clausius, dont voici l'énoncé le plus général :

La valeur de transformation d'une modification est égale à la diminution que subit, par cette modification, une certaine grandeur, liée à toutes les propriétés qui fixent l'état du système, mais indépendante de son mouvement. A cette grandeur, Clausius a donné le nom d'*Entropie* du système.

L'application de ce principe aux gaz parfaits conduit de prime abord à une conclusion digne de remarque : La température absolue ici considérée est identique à la température que, dès 1702, Amontons lisait sur son thermomètre ; à celle dont, en 1738, Daniel Bernoulli proposait l'emploi ; à celle enfin qu'en 1812, Desormes et Clément nommaient *température absolue.*

Comme la formule de Carnot, la formule de l'équivalence entre la chaleur et le travail peut, nous l'avons vu, être rendue sauve de toute hypothèse sur la structure des corps et la nature de la chaleur. Sur ces deux formules, qui laissent indéterminée la nature de la chaleur, on peut construire tout un corps de doctrine, indépendant des divers systèmes d'explications mécaniques; cette doctrine n'aura pas l'ambition de réduire à la figure, au mouvement, à la masse et à la force tous les phénomènes qu'elle analyse ; mais, en bornant ses prétentions, elle assurera à ses déductions une grande sécurité. Telle est la *Thermodynamique*,

constituée en doctrine autonome par Clausius et par G. Kirchhoff, et accrue par d'incessantes découvertes.

Parmi les physiciens, il en est qui se contentent de savoir moins, afin de savoir mieux, qui se résignent à ignorer le fond des choses pourvu que les phénomènes soient décrits avec précision et reliés les uns aux autres avec rigueur; ceux-là ont adopté cette délimitation restreinte de la théorie de la chaleur. Mais ceux qui veulent tout expliquer par des « raisons de Méchanique » ne sauraient accepter comme définitive cette forme donnée à la Thermodynamique; elle n'est pour eux qu'un acheminement vers la réduction des lois de la chaleur aux lois du mouvement.

Or, nous l'avons vu, le Principe de l'équivalence entre la chaleur et le travail se réduit sans difficulté à la loi de la force vive; pour faire de la Thermodynamique tout entière un chapitre de la Mécanique, il suffit de tirer le Principe de Carnot des théorèmes de la Dynamique et des suppositions qui ont été faites sur la nature de la chaleur; à partir de ces prémisses, il suffit de prouver qu'en divisant par la température absolue la quantité de chaleur dégagée en une modification infinitésimale, on obtient la diminution d'une Entropie, fonction du seul état du système.

La signification même de la proposition à démontrer est-elle bien exactement fixée? L'interprétation du Principe de l'équivalence entre la chaleur et le travail a précisé le sens que la Théorie mécanique attribue à la quantité de chaleur dégagée par un système; mais quelle combinaison de masses

et de mouvements doit-on substituer à la température absolue?

Lorsqu'il s'agit de gaz parfaits, la Théorie cinétique conduit à identifier la température absolue avec la force vive moyenne des mouvements stationnaires. Il paraît bien naturel d'étendre cette assimilation à tous les corps. Aussi, dès les débuts de la Théorie mécanique de la chaleur, Clausius et Rankine n'ont-ils pas hésité à regarder cette assimilation comme légitime. La proposition à démontrer peut alors, en langage algébrique, s'énoncer ainsi : *La force vive moyenne des mouvements stationnaires est diviseur intégrant de la quantité de chaleur dégagée.* Tel est le théorème que M. Boltzmann en 1866, que Clausius en 1871, s'efforcèrent de justifier.

Lorsqu'il s'agit d'interpréter le premier principe de la Thermodynamique, on peut laisser à la nature du mouvement stationnaire qui anime les atomes une très large indétermination. Pour démontrer le théorème que nous venons d'énoncer, ni M. Boltzmann, ni Clausius ne purent conserver une telle indétermination; ils durent adopter des hypothèses plus restreintes; ils supposèrent que chacun des atomes d'un corps en équilibre apparent parcourt une trajectoire fermée ou à peu près fermée et que tous ces atomes décrivent leur orbite dans le même temps; ils admirent que les forces agissant sur chaque atome dépendent exclusivement de la position de cet atome, ce qui arriverait si elles émanaient de centres immobiles, mais ce qui ne peut être si elles résultent des actions réciproques d'atomes en mouvement. Ces

restrictions excluent les systèmes dont les points se meuvent en tout sens, d'une allure désordonnée; elles excluent également les systèmes dont les particules agissent les unes sur les autres; elles rejettent donc les gaz parfaits, tels que les imaginent les théories cinétiques de Clausius et de Maxwell; par là, elles diminuent grandement l'intérêt offert par l'analyse de M. Boltzmann et de Clausius.

A cette analyse, une autre objection, plus grave, vient s'opposer.

Dans le domaine de la Thermodynamique pure, un système ne peut être en équilibre que s'il a même température en tous ses points; si donc on veut, par la réunion de deux systèmes en équilibre, obtenir un nouveau système en équilibre, il sera nécessaire que les deux systèmes accouplés aient même température.

Traduisons cette proposition de Thermodynamique en langage de la Théorie mécanique de la chaleur, et cela en adoptant les suppositions de Clausius et de M. Boltzmann; elle prendra la forme suivante : Pour que la réunion de deux systèmes en équilibre statistique donne un nouveau système en équilibre statistique, il faut que les deux premiers systèmes soient animés de mouvements stationnaires ayant même force vive moyenne. Si la force vive moyenne peut être légitimement prise comme mesure de la température absolue, cette proposition doit découler des principes de la Mécanique et des hypothèses faites sur le mouvement stationnaire qui constitue la chaleur. Or, cette proposition essentielle, non seulement Clausius et M. Boltz-

mann ne l'ont point démontrée, mais on n'entrevoit point de méthode propre à la tirer de leurs formules.

Cette difficulté, dont la solution ne se laisse ni deviner, ni même soupçonner, contribua sans doute à détourner les géomètres des tentatives qui ont pour but de relier la Théorie de la chaleur à la Dynamique. Beaucoup d'entre eux, laissant inexpliqués les principes de la Thermodynamique, se contentèrent de les appliquer avec un succès toujours croissant aux divers problèmes de la Physique. En fait, nous voyons l'explication mécanique du Principe de Carnot à peu près délaissée jusqu'en 1884, époque où Helmholtz s'y essaye à son tour.

Helmholtz, il est vrai, n'aborde plus le problème avec les longs espoirs et les vastes pensées qui animaient M. Boltzmann et Clausius ; il ne s'agit plus, pour lui, de déduire toutes les lois de la Thermodynamique des seuls principes de la Dynamique appliqués à un certain mouvement stationnaire, et de présenter cette réduction comme l'*explication mécanique* des effets analysés par la théorie de la chaleur ; il s'agit simplement de découvrir, dans l'étude des *systèmes monocycliques*, certains mécanismes simples dont le mouvement soit régi par des équations *analogues* aux relations thermodynamiques. Laissons Helmholtz lui-même nous définir l'objet de ses recherches [1].

« Mon écrit a eu pour objet de prouver qu'il

1. H. von Helmholtz : *Studien zur Statik monocyklischer Systeme* (Zweite Fortsetzung), (*Sitzungsberichte der Berliner Akademie*, 10 juillet, 1884, p. 757, *Wissenschaftliche Abhandlungen*, Bd III, p. 176).

existe des mouvements dont la nature mécanique est entièrement accessible à notre entendement et dans lesquels la transformation du travail en ses équivalents est soumise à des conditions toutes semblables à celles que le second Principe impose au mouvement calorifique. Le mouvement calorifique se présente à nous, de prime abord, comme un mouvement d'espèce inconnue; si l'on excepte le cas unique traité par la Théorie cinétique des gaz, les hypothèses que l'on a pu faire jusqu'ici à son sujet sont extrêmement vagues. En un tel état de cause, j'ai jugé toute naturelle la méthode suivante : Prendre les propriétés les plus générales du mouvement calorifique qui nous soient connues et chercher sous quelles conditions très larges ces propriétés se retrouveraient en d'autres classes bien connues de mouvements. Mes recherches dans ce sens m'ont fait découvrir les analogies qui existent entre le mouvement calorifique et les mouvements monocycliques que j'ai étudiés. Mais j'ai constamment mis en évidence cette vérité, que j'avais énoncée dès le début : A parler rigoureusement, le mouvement calorifique ne peut pas être monocyclique. Aussi, je n'ai jamais émis la prétention d'avoir donné une *explication* du second Principe de la Thermodynamique. »

M. Boltzmann, exposant les théories de Helmholtz, exprime[1], sous une forme encore plus précise, l'idée contenue dans ce passage : « Ces théories, dit-il, reposent sur des hypothèses qui n'ont pas

1. L. Boltzmann: *Vorlesungen über Maxwell's Theorie der Elektricität und des Lichtes.* Ite Theil, p. 13, Leipzig, 1891.

la prétention d'exprimer la véritable constitution des éléments primordiaux et des forces primitives de la Nature; elles traitent simplement de certains mécanismes dont la marche présente, sous un rapport ou sous un autre, une grande analogie avec le jeu des phénomènes naturels. Plus cette analogie est frappante, plus sont nombreuses les particularités qu'elle reproduit, plus le mécanisme employé est utile. Selon le mot de Maxwell, ce mécanisme est une *illustration dynamique.* »

Donnons une idée succincte de la théorie des systèmes monocycliques.

Observons une toupie qui *dort*; elle paraît immobile; en réalité, il n'en est rien; elle est animée d'un mouvement de rotation extrêmement rapide; chacune des masses élémentaires qui la composent quitte, à chaque instant, la position qu'elle occupe dans l'espace pour en aller occuper une autre; mais, aussitôt, elle est remplacée par une masse semblable, en sorte que l'œil ne perçoit aucun changement. Cette toupie qui dort nous offre l'image de ce que l'on nomme, en Mécanique, un système en *régime permanent*, de ce que Helmholtz appelle un *système monocyclique en équilibre.* Entre un tel système et ceux qu'étudie la Théorie mécanique de la chaleur, nous entrevoyons déjà une analogie : l'équilibre que nous observons est un équilibre apparent, un *équilibre statistique;* sous cet équilibre, se cachent des *mouvements stationnaires* très rapides.

Les mouvements stationnaires constitués par la rotation de notre toupie correspondent à une force vive considérable, qui figure ici l'énergie interne;

cette figure de l'énergie devrait être complétée par l'addition du potentiel interne si des forces s'exerçaient entre les diverses parties du système.

Au lieu de supposer que la toupie garde, dans l'espace, une position invariable, nous pouvons imaginer qu'elle se déplace lentement, que son axe change de position et de direction; son mouvement réel se compose alors de deux sortes de mouvements : un mouvement de rotation très rapide qui ne produit aucun changement apparent de position, et un mouvement très lent par rapport au précédent; ce dernier mouvement seul est perceptible; tandis que le premier figure les mouvements stationnaires dont la Théorie mécanique de la chaleur postule l'existence; le second représente les changements observables d'état.

Concevons qu'une action extérieure intervienne pour produire un de ces changements; elle incline lentement l'axe de la toupie, elle modifie la disposition de quelqu'une de ses parties. Le travail qu'effectue cette action extérieure pour produire ce changement sensible n'est nullement égal au travail qu'elle aurait effectué en modifiant de la même manière la position ou la forme de la toupie privée de tout mouvement de rotation; ce dernier travail n'est qu'une partie du premier, il représente ici ce que la Théorie mécanique de la chaleur nomme le *travail externe*. Mais une autre partie du travail effectué par les actions extérieures n'a pas eu d'emploi visible; il a lutté contre les forces d'inertie dues au mouvement de rotation de la toupie; il a modifié la force vive de ce mouvement; pour suivre notre analogie, nous dirons qu'il repré-

sente la *quantité de chaleur absorbée* par le système.

En analysant le mouvement d'un système monocyclique tel que notre toupie, nous y discernons des grandeurs propres à simuler l'énergie interne, le travail externe, la quantité de chaleur dégagée; il suffit, d'ailleurs, de faire appel à la loi dynamique de la force vive pour obtenir entre ces grandeurs une relation semblable à l'équation d'équivalence entre la chaleur et le travail. Peut-on également les faire entrer dans une relation analogue à celle que donne le Principe de Carnot et de Clausius? Prenant le rapport de la quantité de chaleur dégagée en une modification élémentaire à un diviseur intégrant convenable, peut-on égaler ce quotient à la diminution subie par une certaine fonction qui jouerait le rôle d'*Entropie*?

On peut prouver l'existence d'un tel facteur intégrant, à la condition de restreindre la généralité des systèmes monocycliques étudiés; malheureusement, il est difficile d'interpréter dans le sens de la Theorie mécanique de la chaleur les conditions restrictives auxquelles on doit faire appel. On peut même, en resserrant encore les restrictions, faire que ce diviseur intégrant soit la force vive des mouvements stationnaires et, par là, obtenir un rapprochement plus intime entre la statique des systèmes monocycliques et la théorie mécanique de la chaleur de M. Boltzmann et de Clausius.

Ici, nous retrouvons une question qui a déjà sollicité notre attention.

Pour que la réunion de deux systèmes thermodynamiques en équilibre fournisse un nouveau

système en équilibre, il faut que les deux systèmes composants aient même température ; cette température commune est alors celle du système résultant. Si nous voulons trouver des systèmes monocycliques dont les propriétés puissent *illustrer* les équations thermodynamiques ; si nous voulons, en particulier, que le diviseur intégrant de la quantité de chaleur dégagée soit le *modèle mécanique* de la température absolue, ces systèmes monocycliques devront vérifier la proposition que voici : En réunissant d'une manière convenable deux systèmes monocycliques de même diviseur intégrant, on obtient un nouveau système monocyclique qui admet pour diviseur intégrant le diviseur intégrant commun des deux premiers.

L'étude de cet *accouplement isomore* (ἴσον μόριον, égal dénominateur) a longuement occupé Helmholtz ; il a donné l'expression analytique des conditions hors desquelles l'accouplement isomore n'aurait pas lieu ; mais il est bien difficile de saisir un rapprochement entre ces conditions et les hypothèses de la Théorie mécanique de la chaleur.

Ainsi, pour définir les systèmes monocycliques dont les propriétés sont capables d'imiter les relations thermodynamiques, Helmholtz est obligé de les soumettre à des conditions qui expriment certains caractères analytiques des fonctions employées ; ces conditions, il est bien difficile de les traduire en langage mécanique, et plus difficile encore d'en tirer quelque enseignement précis sur les suppositions qu'il conviendrait de faire touchant la structure des atomes ou la nature du mouvement calorifique. Dès lors, il est permis de

se demander si cette analogie entre les lois des systèmes monocycliques et les équations de la Thermodynamique a bien son fondement dans la nature des choses.

Entre les équations de la Thermodynamique et les propriétés mécaniques des systèmes étudiés par J. Willard Gibbs[1], l'analogie est certainement plus étroite et susceptible d'être poussée plus loin. Les hypothèses qui servent de point de départ aux recherches de Gibbs sont une sorte de généralisation de celles qui ont servi de base à la Théorie cinétique des gaz; ces hypothèses sont développées avec une rigueur et une clarté admirables.

Dans un certain espace sont répartis des corps en nombre immense, variables de forme et de position. Tous ces corps, qui sont les *éléments* du système étudié, sont de même nature; ils pourraient être ramenés à un stade où ils seraient tous identiques; mais, au moment où nous les étudions, ils diffèrent les uns des autres par leur état, car ils sont diversement placés, orientés et déformés, et par leur mouvement, car ils ne sont pas tous animés des mêmes vitesses. A la nature de ces corps, on laisse une large indétermination. Ce peuvent être de simples points matériels; la position de chacun d'eux dépend seulement alors de trois coordonnées. Ce peuvent être des atomes rigides; pour connaître la position d'un tel atome, il faut connaître les valeurs de six variables. Ce peuvent

1. J. Willard Gibbs *Elementary Principles in Statistical Mechanics*; New-York et Londres, 1902.

être des molécules, des assemblages d'atomes plus ou moins nombreux, plus ou moins divers, capables de se déplacer les uns par rapport aux autres ; pour déterminer la figure et la position d'un tel assemblage, il faut se donner un nombre de variables plus ou moins grand, mais supérieur à six. Une seule condition est requise des éléments qui forment le système matériel étudié : c'est qu'un tel élément soit entièrement connu de figure et de position lorsqu'on connaît les valeurs d'un nombre plus ou moins grand, mais limité, de variables indépendantes.

Ces éléments sont soumis à des forces. Les forces qui agissent sur un élément dépendent exclusivement des variables qui déterminent cet élément; telles seraient des forces émanées de corps extérieurs invariables. Une telle hypothèse exclut évidemment l'hypothèse d'actions réciproques entre les éléments; comme on ne suppose pas non plus ces éléments capables de se choquer, la théorie de Gibbs rejette en dehors de son domaine les diverses formes de théorie cinétique des gaz proposées par Clausius et par Maxwell. Elle se rapproche par là des essais tentés par M. Boltzmann et par Clausius pour réduire le principe de Carnot au mécanisme.

Supposons établi l'*équilibre statistique* du système. Une foule d'états distincts, de mouvements distincts y sont simultanément réalisés ; à chaque instant, chacun des éléments quitte son état et son mouvement ; mais un autre élément prend sensiblement, au même instant, l'état et le mouvement que celui-là vient de perdre.

Comment tous ces états et tous ces mouvements se répartissent-ils entre les corps innombrables qui forment le système? Combien y a-t-il, à un instant donné, de corps dont l'état soit compris entre deux limites données, dont le mouvement soit également compris entre deux limites données? Tel est le premier problème que le géomètre ait à se poser. Il est analogue à cet autre, familier aux calculateurs des Compagnies d'assurances : Dans une contrée dont la population est stationnaire et qui compte un nombre déterminé d'habitants, combien y a-t-il d'hommes dont l'âge soit compris entre deux limites données? Les méthodes du Calcul des probabilités tirent des tables de mortalité la solution du dernier problème; elles tirent des principes de la Mécanique la solution du premier. Cette solution, Maxwell et M. Boltzmann l'avaient déjà donnée dans les circonstances où se place la théorie cinétique des gaz; Gibbs la développe pour les systèmes très généraux qu'il se propose d'étudier.

La loi de distribution des divers états et des divers mouvements au sein d'un système en équilibre statistique n'est soumise qu'à des conditions très larges; parmi toutes les formes, en nombre infini, dont elle est susceptible, il en est une qui se présente comme douée de propriétés algébriques particulièrement simples. Cette loi de distribution, Gibbs la nomme *distribution canonique*. La loi de distribution que le théorème de Maxwell impose aux vitesses avec lesquelles se meuvent les atomes des gaz est un cas très particulier de distribution canonique.

Gibbs prend les systèmes à distribution canonique pour objet propre de son analyse. Dans la formule qui régit une distribution canonique, intervient une certaine grandeur, le *module de distribution*, qui va jouer, dans les analogies thermodynamiques, un rôle essentiel; c'est le module de distribution qui, dans ces analogies, représentera la température absolue. Dans le cas particulier où les corps qui forment le système se réduisent à des points matériels, la loi de distribution canonique se réduit à celle que Maxwell a énoncée; le paramètre de distribution est alors identique à la force vive moyenne; si donc on voulait simplement comparer les corps étudiés par la Thermodynamique à des systèmes de points matériels libres, on devrait prendre la force vive moyenne du mouvement moléculaire comme mesure de la température absolue; c'est, en effet, ce qu'ont admis M. Boltzmann et Clausius. Mais, si les molécules ne se réduisent pas à de simples points matériels, si elles se compliquent, la force vive moyenne ne sera plus le paramètre de distribution canonique, elle ne représentera plus la température absolue.

L'analogie entre le module de distribution et la température absolue s'affirme, d'abord, par les propositions suivantes, qui marquent nettement la supériorité de l'analyse de Gibbs sur les tentatives de ses prédécesseurs :

Lorsqu'on accouple deux systèmes en équilibre statistique, doués tous deux d'une distribution canonique, le système résultant ne peut être en équilibre statistique que si les deux systèmes composants ont même module de distribution; le

système résultant admet alors une distribution canonique de même module que les systèmes composants. Si les deux systèmes composants n'ont pas même module de distribution, leur accouplement rompt leur état d'équilibre et les oblige tous deux à se modifier; celui qui admettait le plus grand module de distribution perd de l'énergie; l'autre en gagne.

Toutefois, les équations qui régissent notre système en équilibre statistique ne sont pas absolument semblables aux formules thermodynamiques; les écarts dépendent du nombre de variables qu'il faut connaître pour déterminer la forme et la position de chacun des éléments du système; ces écarts sont d'autant plus petits que le nombre des variables est plus grand; on peut donc, aux recherches de Gibbs, donner la conclusion suivante : Les équations de la Thermodynamique représentent la forme limite des lois qui régissent l'équilibre statistique d'un système à distribution canonique lorsque l'on fait croître au delà de toute limite le nombre des variables nécessaires pour définir chacun des éléments de l'ensemble.

Cette conclusion des recherches de Gibbs est fort inattendue. Elle montre que les physiciens désireux d'expliquer les phénomènes par des « raisons de Méchanique » doivent renoncer aux hypothèses qui attribuent aux atomes une constitution très simple, qui en font des points matériels ou des solides rigides; entre les propriétés des mécanismes qu'ils imaginent et les lois naturelles, ils ne peuvent espérer une concordance approchée qu'en assimilant les atomes à des assemblages fort

compliqués; s'ils désirent non pas une concordance approchée, mais un accord rigoureux, il leur faudra concevoir des atomes qui dépendent d'un nombre illimité de variables, de petits corps continus et déformables, tels que seraient de petites masses fluides; la considération d'atomes fluides nous éloignerait fort des principes chers aux atomistes.

La théorie de J. Willard Gibbs est assurément la plus puissante tentative qui ait été faite jusqu'ici pour réduire les lois de la Thermodynamique aux principes de la Mécanique; il s'en faut, cependant, qu'elle ait poussé cette réduction au point où il n'y a plus rien à souhaiter; plus d'une question se pose naturellement, qui demeure jusqu'ici sans réponse. Voici la première :

Les ensembles à distribution canonique sont définis par un caractère purement algébrique, par la forme de l'équation qui régit la distribution des divers états et des divers mouvements au sein du système en équilibre statistique. A ce caractère algébrique, est-il possible de faire correspondre un caractère mécanique? Peut-on dire comment doivent être constitués les corps élémentaires qui forment un ensemble, à quelles forces ils doivent être soumis, pour que cet ensemble en équilibre statistique affecte une distribution canonique?

Cette question est encore sans réponse; il faudrait cependant qu'elle fût résolue avant que l'on pût tenter de répondre à cette seconde question :

Si les ensembles à distribution canonique ont attiré l'attention du géomètre, c'est uniquement parce que leur étude algébrique s'annonçait parti-

culièrement simple et facile. Pour quelle raison les systèmes étudiés en Thermodynamique se rapprochent-ils des ensembles à distribution canonique plutôt que d'autres ensembles? Les propriétés d'un ensemble en équilibre statistique, mais où la distribution ne serait pas canonique, différeraient sans doute beaucoup des lois de la Thermodynamique ; comment se fait-il que la Nature ne nous présente aucun système doué de telles propriétés?

Tant que cette question n'aura pas reçu de réponse satisfaisante, il sera difficile de regarder comme complète l'*explication mécanique* des principes de la Thermodynamique. Cette explication, en tout cas, semble encore bien lointaine; tout ce qu'il est logiquement permis d'affirmer, c'est qu'il est possible sinon de construire mécaniquement, au moins de définir par certaines conditions algébriques, des ensembles de corps dont les mouvements stationnaires sont régis par des formules analogues aux équations de la Thermodynamique. Pour reprendre un mot que M. L. Boltzmann empruntait à Maxwell, *la Théorie mécanique de la chaleur ne fournit pas une explication mécanique des principes de la Thermodynamique*; *elle en donne seulement une illustration dynamique.*

CHAPITRE XI

LES THÉORIES MÉCANIQUES DE L'ÉLECTRICITÉ

Les tentatives pour expliquer mécaniquement les phénomènes électriques sont innombrables; l'étude de ces tentatives suggère des réflexions semblables à celles que l'on peut tirer des théories mécaniques de la chaleur ; ce sont ces réflexions qui importent à notre objet bien plus que le détail même des explications; nous n'entreprendrons donc pas de les passer toutes en revue et nous nous attacherons seulement à celles qui ont le plus de vogue, aux théories de Maxwell.

Nous devons à Maxwell deux tentatives, menées par des méthodes très différentes vers l'explication mécanique des phénomènes électriques. La première en date est celle qu'expose le Mémoire intitulé : *On physical Lines of Force*; elle consiste à imaginer de toutes pièces un mécanisme capable d'expliquer les effets électrostatiques et électromagnétiques.

Maxwell se figure un corps non conducteur —

dans cette tentative, il n'en considère pas d'autre — à l'image d'un rayon de miel ; les parois de cire sont remplacées par des cloisons que forme un solide isotrope, parfaitement élastique ; le miel est figuré par un fluide parfait qu'animent des mouvements tourbillonnaires extrêmement rapides ; les déformations que subissent les parois élastiques, les pressions et les tensions que ces déformations engendrent, expliquent les phénomènes que nous attribuons à la polarisation des diélectriques ; les mouvements tourbillonnaires du liquide intracellulaire, les forces d'inertie qui en résultent, rendent raison des effets que nous attribuons à l'aimantation.

Ne nous attardons pas à discuter ici les insuffisances de cette explication, les fautes de calcul ou de raisonnement que Maxwell y a semées, les incompatibilités entre les résultats obtenus et les lois très certaines de l'électricité et du magnétisme ; cette discussion, nous l'avons détaillée ailleurs [1]. Aussi bien, Maxwell fut, sans doute, peu satisfait du mécanisme qu'il avait imaginé, car il l'abandonna bientôt pour aborder par une tout autre voie l'explication mécanique des phénomènes électriques [2]. Voici en quels termes il définit lui-même cette nouvelle méthode [3] :

« Dans ce Traité, je me propose de décrire les

1. P. Duhem : *Les théories électriques de J. Clerk Maxwell ; Essai historique et critique* ; Paris, 1902.

2. J. Clerk Maxwell : *A dynamical Theory of the electromagnetic Field* (*London Philosophical Transactions*, vol. CLV, 1864. *Scientific Papers*, vol. I, p. 526). — *Traité d'Électricité et de Magnétisme*, traduit en français par G. Seligman-Lui, 4e partie, chapitres v, vi et vii ; t. II, p. 228-262.

3. J. Clerk Maxwell *Traité d'Électricité et de Magnétisme*. Préface de la 1re édition.

plus importants de ces phénomènes, de montrer comment on peut les soumettre à la mesure et de rechercher les relations mathématiques qui existent entre les quantités mesurées. Ayant ainsi obtenu les données d'une théorie mathématique de l'Électromagnétisme et ayant montré comment cette théorie peut s'appliquer au calcul des phénomènes, je m'efforcerai de mettre en lumière, aussi clairement qu'il me sera possible, les rapports qui existent entre les formes mathématiques de cette théorie et celles de la science fondamentale de la Dynamique ; de la sorte, nous serons, dans une certaine mesure, préparés à définir la nature des phénomènes dynamiques parmi lesquels nous devons chercher des analogies ou des explications des phénomènes électromagnétiques. »

Comment Maxwell entend suivre la méthode qu'il vient de définir, c'est ce que nous allons examiner[1].

Reportons-nous à ce qui a été dit, en notre précédent article, de la Mécanique analytique de Lagrange et rappelons-nous de quelle manière elle forme les équations du mouvement d'un système.

Elle se sert, pour représenter l'état de ce système, d'un certain nombre de variables indépendantes α, β, ... ; les premières dérivées de ces variables par rapport au temps sont les *vitesses généralisées* ; leurs secondes dérivées sont les *accélérations généralisées*.

Une fois choisies les variables indépendantes, elle a seulement à considérer trois expressions

1. Voir, à ce sujet . H. POINCARÉ, *Électricité et Optique*, 1re édition, t. I, Introduction ; Paris, 1890 ; 2e édition, Introduction ; Paris, 1901.

mathématiques qui, par des calculs réguliers, lui fournissent les équations qu'elle veut obtenir. Ces trois expressions sont :

1° *Le travail virtuel des forces extérieures*; la connaissance de ce travail équivaut à la connaissance des forces extérieures généralisées qui correspondent aux diverses variables indépendantes; si l'état des corps étrangers est donné, ces forces généralisées dépendent seulement des variables qui fixent l'état du système et point des vitesses généralisées, ni des accélérations généralisées.

2° *Le potentiel interne*; c'est une grandeur entièrement définie par la connaissance des variables indépendantes, sans aucune intervention des vitesses ou des accélérations généralisées.

3° *La force vive;* cette dernière grandeur ne dépend plus seulement des variables indépendantes, mais encore des vitesses généralisées; par rapport à ces dernières, elle est homogène et du second degré; enfin, elle ne peut être que nulle ou positive.

Quelle marche devrons-nous suivre si nous voulons prouver qu'un ensemble de phénomènes, par exemple l'ensemble des phénomènes électromagnétiques, est susceptible d'une explication mécanique?

Nous admettrons, tout d'abord, que la méthode expérimentale a représenté par des grandeurs mesurables toutes les propriétés qui se manifestent dans les phénomènes étudiés, qu'elle a exprimé sous forme d'équations entre ces diverses grandeurs toutes les lois auxquelles obéissent ces phénomènes.

Prenant alors l'ensemble des grandeurs mesurables par lesquelles sont représentées les propriétés du système étudié, nous les séparerons en deux catégories : les unes seront regardées comme des variables indépendantes ; les autres seront des vitesses généralisées correspondant aux variables dont nous venons de parler ou bien à d'autres variables qui ne se sont pas directement révélées à l'expérimentateur.

Ainsi, les grandeurs qui fixent, dans l'espace, la position des divers corps, les composantes de la polarisation diélectrique sur chacun d'eux seront regardées comme des variables indépendantes ; les vitesses des mouvements sensibles correspondent aux premières variables ; les vitesses généralisées qui correspondent aux secondes variables sont ce que Maxwell nomme les *composantes du flux de déplacement* ; sans être précisément des vitesses généralisées, les *composantes du flux de conduction* sont liées aux vitesses avec lesquelles varient les densités électriques.

Au moyen de ces diverses grandeurs, nous formerons deux combinaisons : l'une qui sera traitée comme *potentiel interne*, l'autre comme *force vive* ; la première ne devra contenir que des variables indépendantes et point de vitesses généralisées ; la seconde ne contiendra pas seulement des variables, mais encore des vitesses généralisées ; par rapport à ces dernières, elle sera homogène et du second degré ; enfin elle ne sera jamais négative.

Par exemple, nous compterons le *potentiel électrostatique* comme faisant partie du potentiel interne. Le *potentiel électrodynamique* dépend des intensités

des courants de conduction et de déplacement, intensités que nous regardons comme des vitesses généralisées ou comme liées à ces vitesses; il est homogène et du second degré par rapport à ces intensités; enfin, il n'est jamais positif; nous le retrancherons de la force vive des mouvements sensibles pour avoir la force vive totale.

Donnons-nous le travail virtuel des actions extérieures auxquelles le système est soumis, et nous serons pourvus de tout ce qu'exige la méthode de Lagrange pour former régulièrement les équations du mouvement de notre système. Formons donc ces équations; si elles sont identiques à celles que la méthode inductive avait tirées de l'expérience, à celles qui expriment les lois de Coulomb, d'Ampère, de Faraday, de Lenz, de Neumann, de Weber, nous aurons prouvé que les phénomènes électrodynamiques sont susceptibles d'une explication mécanique.

Telle est la méthode imaginée et suivie par Maxwell[1].

L'explication des phénomènes électromagnétiques, ainsi ébauchée, se heurte à de graves objections; elle les rencontre particulièrement en étudiant les systèmes qui renferment des aimants.

Maxwell, reprenant l'analogie qu'Ampère avait mise en évidence, assimile chaque élément magnétique à un petit courant fermé ; l'intensité d'aimantation est alors une combinaison de vitesses

1. On trouvera de cette méthode un exposé très clair et très concis dans E. SARRAU : *Sur l'application des équations de Lagrange aux phénomènes électrodynamiques et électromagnétiques*. (*Comptes rendus*, t. CXXXIII, p. 421, 1901).

généralisées ; elle figure non pas dans le potentiel interne, mais dans la force vive. Malheureusement cette opinion attribue une forme inacceptable à l'énergie interne d'un système où se trouvent des aimants ; ses conséquences sont inconciliables avec les effets calorifiques produits en une masse de fer doux qu'un courant aimante ou désaimante.

On peut éviter cette difficulté en regardant les composantes de l'aimantation non plus comme des combinaisons de vitesses généralisées, mais comme des variables indépendantes qui représentent un état de déplacement ou de déformation d'un certain milieu ; elles sont alors analogues aux composantes de la polarisation diélectrique, et le potentiel magnétique figure dans le potentiel interne au même titre que le potentiel électrostatique. Mais, s'il en est ainsi, les vitesses avec lesquelles varient les composantes de l'aimantation devraient figurer dans l'expression de la force vive, comme y figurent les composantes du flux de déplacement ; la présence de ces vitesses dans la force vive devrait donner naissance à des forces d'inertie analogues aux forces électrodynamiques ; or, aucune expérience n'a révélé jusqu'ici les actions produites par de tels *courants de déplacement magnétique*.

Sur ces objections, passons condamnation. Raisonnons comme si l'analyse de Maxwell était sans défaut.

Lorsque nous avons défini un potentiel interne et une force vive, lorsque, par la méthode de Lagrange. nous en avons tiré des équations qui s'accordent avec les lois expérimentales d'un

groupe de phénomènes, en résulte-t-il que ce groupe de phénomènes soit mécaniquement expliqué ? Nous avons évidemment satisfait à des conditions nécessaires pour que ce groupe de phénomènes soit mécaniquement explicable; mais ces conditions sont-elles suffisantes ? De ce que le potentiel interne contient seulement les variables indépendantes, de ce que la force vive est homogène et du second degré par rapport aux vitesses généralisées, de ce qu'elle n'est assurément pas négative, pouvons-nous conclure avec certitude qu'il existe un certain groupement de masses et de forces, un certain mécanisme, admettant un tel potentiel et, surtout, une telle force vive ? La forme de cette dernière ne peut-elle, dans certains cas, exclure la possibilité d'un tel mécanisme ? Ainsi, dans le cas traité par Maxwell, le système est le siège de trois sortes de mouvements : les mouvements sensibles, les mouvements stationnaires qui constituent la chaleur, et les mouvements qui se manifestent à nous par les courants électriques; on a supposé que la force vive du système est la somme des forces vives de chacune de ces trois espèces de mouvements; est-il bien sûr que l'on puisse construire réellement un mécanisme animé de ces trois mouvements et dont la force vive jouisse d'une telle propriété ?

Il paraît imprudent de trancher d'un trait de plume semblables difficultés. Ce qu'on a trouvé de mieux, jusqu'ici, pour lever les objections de cette nature, c'est d'imaginer de toutes pièces des mécanismes simples dont le potentiel interne et la force vive offrent, dans leurs diverses particulari-

tés, une analogie plus ou moins étroite avec le potentiel, avec la force vive que l'on se propose d'étudier ; c'est, en un mot, de construire des *modèles* qui imitent, par les lois de leur mouvement, les équations dont on dispute. Aidé par la théorie des systèmes monocycliques, M. Boltzmann[1] a *illustré* de tels modèles les vues de Maxwell sur l'analogie entre les équations de Lagrange et les lois de l'Électrodynamique.

1. L. Boltzmann : *Vorlesungen über Maxwell's Theorie der Elektricität und des Lichtes.* Ite Theil, Leipzig, 1891.

CHAPITRE XII

L'IMPOSSIBILITÉ DU MOUVEMENT PERPÉTUEL

Oublions l'objection que nous venons de soulever; regardons-la comme nulle et non avenue; admettons qu'un groupe de phénomènes sera mécaniquement expliqué lorsque l'on aura défini un potentiel interne et une force vive d'où se tirent, par la méthode de Lagrange, des équations conformes aux lois expérimentales des phénomènes. La question que nous aurons alors à examiner est la suivante : Les lois que le physicien établit par la méthode inductive peuvent-elles toutes être mises sous forme d'équations de Lagrange?

Une observation quelque peu attentive des phénomènes physiques semble autoriser la conclusion suivante : *Il existe une incompatibilité radicale entre la Mécanique de Lagrange et les lois de la Physique*; *cette incompatibilité n'atteint pas seulement les lois des phénomènes dont la réduction au mouvement est objet d'hypothèse*, *mais encore les lois qui régissent les mouvements sensibles.*

Mettons cette incompatibilité en évidence par des exemples très simples.

La conséquence la plus immédiate des équations de Lagrange est assurément l'équation de la force vive. Si les forces qui sollicitent un système dépendent d'un potentiel, la somme de ce potentiel et de la force vive demeurent constantes pendant toute la durée du mouvement du système. Or, les actions réciproques des diverses parties du système dépendent toujours d'un potentiel; il suffit donc que les forces extérieures dépendent d'un potentiel pour que le système soit soumis à la loi dont nous venons de rappeler l'énoncé; en particulier, ce théorème est applicable à un système qui subit une seule action extérieure, celle de la pesanteur.

Suivons un tel système dans son mouvement; chaque fois qu'il reprend la même forme et repasse par la même position, le potentiel des forces tant intérieures qu'extérieures reprend la même valeur; la force vive doit donc également reprendre la même valeur.

Cette *conservation de la force vive* est une des conséquences les plus obvies de la Dynamique de d'Alembert et de Lagrange; s'accorde-t-elle avec les enseignements de l'expérience, je dis de l'expérience la plus vulgaire?

Voici une carafe pleine d'eau. Je l'agite vivement et je la pose sur la table. L'eau occupe une certaine position et présente une certaine forme, savoir la position et la forme de la carafe qui la renferme; cette eau tourbillonne rapidement, en sorte que sa force vive a une valeur positive notable. Au bout d'un quart d'heure, l'eau a encore même forme et

même position; selon la Mécanique de Lagrange, elle devrait avoir conservé sa force vive primitive; or, elle est maintenant en repos et sa force vive est nulle.

Un fil à plomb pend verticalement. Par un choc brusque, je lui imprime une vitesse initiale et, partant, une force vive initiale. Je le laisse osciller et, au bout de quelque temps, je l'observe de nouveau; il pend verticalement; le potentiel de la pesanteur, qui le sollicite, a donc même valeur qu'au début du mouvement; il en devrait être de même de la force vive; point du tout: le fil à plomb est maintenant immobile et la force vive est nulle.

Ainsi les observations les plus simples nous montrent que les mouvements naturels contredisent à la loi de la conservation de la force vive.

L'analyse des mouvements de notre fil à plomb nous permettra de préciser la forme du désaccord entre les équations de Lagrange et les mouvements naturels; dans ce but, arrêtons-nous un instant à considérer la constitution des équations de Lagrange.

Un système est supposé soumis à l'action de corps extérieurs qui demeurent invariables pendant toute la durée du mouvement. Selon les principes de la Dynamique :

1° Les forces extérieures généralisées dépendent exclusivement des variables qui déterminent l'état du système;

2° Le potentiel interne et, partant, les forces intérieures généralisées dépendent exclusivement des mêmes variables;

3° La force vive dépend de ces variables et des

vitesses généralisées; elle est homogène et du second degré par rapport à ces vitesses. Dès lors, le procédé de Lagrange pour calculer les forces d'inertie généralisées nous enseigne que chacune de ces forces est une somme de deux termes; que ces deux termes renferment les variables indépendantes; que le premier est homogène et du second degré par rapport aux vitesses généralisées, mais ne contient pas les accélérations généralisées; enfin, que le second, indépendant des vitesses généralisées, est homogène et du premier degré par rapport aux accélérations généralisées.

Pour obtenir les équations du mouvement, on forme, par rapport à chacune des variables indépendantes, la somme des trois forces généralisées extérieures, intérieure et d'inertie, et on égale cette somme à zéro. Partant, le premier membre de chacune de ces équations est une somme de trois termes qui, tous trois, contiennent les variables indépendantes; le premier terme ne dépend ni des vitesses généralisées, ni des accélérations généralisées; le second, indépendant des accélérations généralisées, est homogène et du second degré par rapport aux vitesses généralisées; le troisième, indépendant des vitesses généralisées, est homogène et du premier degré par rapport aux accélérations généralisées.

Cette composition des équations de Lagrange entraîne une conséquence que nous allons préciser.

Supposons ces équations vérifiées lorsque le système est dans un certain état, lorsque ses divers points matériels sont animés de certaines vitesses et de certaines accélérations; elles seront encore

vérifiées si l'on prend le système dans le même état avec les mêmes accélérations et si l'on renverse le sens de toutes les vitesses, sans en altérer la grandeur. Cette proposition, qui découle clairement de ce qui précède, peut encore s'énoncer de la manière suivante : Les équations de Lagrange sont vérifiées par un mouvement qui fait traverser au système une suite déterminée d'états ; elles seraient encore vérifiées par un mouvement qui ferait passer le système par les mêmes états, pris en ordre inverse, et de telle sorte que l'intervalle qui sépare deux états déterminés soit toujours franchi dans le même temps au cours des deux mouvements.

De cette proposition, il n'est pas difficile de tirer la conclusion que voici :

Supposons que le système, partant d'un certain état initial A avec certaines vitesses initiales V, parvienne, sous l'action de certaines forces, à un certain état final Ω, avec certaines vitesses finales V'. Plaçons-le dans l'état Ω, avec des vitesses égales et directement opposées aux vitesses V', et soumettons-le aux mêmes forces ; il parviendra à l'état A, avec des vitesses égales et directement opposées aux vitesses V ; et les deux mouvements dureront le même temps.

Tel est le caractère essentiel que nous pouvons résumer en ces mots : *Tous les mouvements régis par la Dynamique de d'Alembert et de Lagrange sont des mouvements renversables.*

Reprenons maintenant notre fil à plomb. Nous l'écartons d'un certain angle à gauche de la verticale, l'amenant ainsi à une position A, puis nous l'abandonnons à lui-même ; il revient vers la verti-

cale, la dépasse, et atteint à droite une position extrême Ω où les vitesses de tous ses points s'annulent. En vertu de la proposition précédente, il devrait prendre maintenant le mouvement inverse, revenir à la position A et recommencer indéfiniment ces oscillations invariables d'amplitude et de durée. Ce n'est pas ce qui a lieu. Parti de la position Ω, le pendule regagne la verticale et la dépasse ; mais il s'arrête avant d'avoir atteint la position A ; les oscillations successives vont ainsi, décroissant d'amplitude, et ramenant peu à peu le fil à sa position d'équilibre. Cet exemple nous montre que *les mouvements naturels ne sont pas renversables*.

Si les équations de la Dynamique données par Lagrange représentent exclusivement des mouvements renversables, elles le doivent à l'absence de tout terme de degré impair par rapport aux vitesses généralisées. On leur fera donc perdre ce caractère et l'on obtiendra des équations qui représenteront des mouvements non renversables, si l'on y introduit des termes du premier degré par rapport aux vitesses. Il suffira, pour cela, de soumettre le système non seulement aux forces que nous avons considérées jusqu'ici, et qui dépendent seulement des positions de ses diverses parties, mais encore à des forces qui dépendent des vitesses avec lesquelles se meuvent ces parties, pourvu que ces forces changent de sens lorsqu'on renverse toutes les vitesses.

Ainsi, les oscillations amorties de notre fil à plomb seront fort exactement représentées en supposant que le mouvement de ce pendule éprouve

une résistance proportionnelle à la vitesse angulaire ; ainsi encore, Navier a pu donner aux équations de l'Hydrodynamique une forme exclusive des mouvements renversables et de la conservation de la force vive, en supposant que les molécules fluides exercent les unes sur les autres des forces réciproques qui dépendent de leurs vitesses relatives.

Au point de vue de l'Algèbre, cette généralisation des équations de la Dynamique était aisée à apercevoir ; Lagrange, d'ailleurs, l'avait indiquée [1]. Mais, au point de vue de la Physique, elle constitue une transformation profonde des hypothèses sur lesquelles repose la science du mouvement, un bouleversement du Principe de d'Alembert. L'énoncé de ce principe n'a de sens que si les forces réelles auxquelles un système mécanique est soumis demeurent les mêmes, pour un même état du système, que le système soit en repos dans cet état ou qu'il le traverse au cours d'un mouvement. Si les forces réelles changeaient par le fait même qu'au lieu de concevoir un système en mouvement dans un certain état, on l'y suppose en repos, on formulerait un non-sens en énonçant le Principe de d'Alembert : Un système en mouvement pourrait être maintenu en équilibre en chacun des états qu'il traverse, si l'on adjoignait les forces d'inertie aux forces réelles qui le sollicitent lorsqu'il se trouve en cet état.

Devons-nous conclure de cette discussion qu'il y a incompatibilité essentielle entre les mouve-

1. LAGRANGE *Mécanique analytique*, seconde édition, seconde partie, section II, n° 8.

ments naturels et la Dynamique tirée du principe de d'Alembert, en sorte que cette dernière doive être profondément modifiée ? L'incompatibilité, Helmholtz l'a montré, peut fort bien n'être qu'apparente. Imaginons qu'en un mécanisme se trouvent des masses animées de mouvements que nos sens ne puissent percevoir. Bien que les lois réelles et complètes du mouvement de ce système soient données par les équations de la Dynamique de Lagrange, il peut fort bien arriver que les lois expérimentalement constatées, *et qui sont incomplètes*, semblent contredire à cette Mécanique; en particulier, il peut arriver que les mouvements observables paraissent non renversables.

Pour expliquer la pensée de Helmholtz, analysons l'exemple qu'il a lui-même choisi [1].

Si les équations de Lagrange ne peuvent représenter que des mouvements renversables, elles le doivent à l'absence, dans leur composition, de tout terme de degré impair par rapport aux vitesses; cette absence elle-même provient de ce que la force vive ne contient que des termes du second degré par rapport aux vitesses.

Imaginons un corps qui tourne autour d'un axe vertical; sa force vive s'obtient en prenant la moitié du produit de son moment d'inertie par le carré de sa vitesse angulaire de rotation.

Supposons que ce corps porte un régulateur à force centrifuge monté sur le même axe. Pendant

1. H. von Helmholtz *Studien zur Statik monocyklischer Systeme* I. (*Sitzungsberichte der Berliner Akademie*, 6 mars, 1884, p. 169. *Borchardt's Journal*, Bd XCVII, p. 121. *Wissenschaftliche Abhandlungen*, Bd III, p. 131.)

une période variable de la vitesse angulaire de rotation, les branches du régulateur s'écartent, le mouvement du système n'est plus un simple mouvement de rotation ; la force vive a une expression plus compliquée que celle dont nous venons de parler. Une fois qu'un régime permanent est établi, les boules du régulateur gardent un écart déterminé ; la force vive s'obtient en multipliant le demi-carré de la vitesse angulaire par la somme du moment d'inertie du corps et du moment d'inertie du régulateur. Le premier moment d'inertie est fixe, mais le second change avec la vitesse angulaire de rotation, en sorte que, même en régime permanent, la force vive n'est plus simplement proportionnelle au carré de la vitesse angulaire. Imaginons, par exemple, un régulateur combiné de telle sorte que son moment d'inertie en régime permanent varie proportionnellement à la vitesse angulaire de rotation ; la force vive du mécanisme animé d'un mouvement de rotation uniforme sera une somme de deux termes proportionnels l'un au carré de la vitesse angulaire, et l'autre au cube de cette vitesse ; pendant une période variable, un troisième terme s'ajoutera à ces deux-là ; en toutes circonstances, la force vive gardera un terme de degré impair par rapport à la vitesse angulaire.

Concevons maintenant le régulateur fait d'une telle matière que nous ne puissions percevoir ni son existence, ni ses mouvements ; l'étude *expérimentale* du mouvement de rotation du corps nous montrerait que sa force vive renferme un terme proportionnel au cube de la vitesse angulaire ; la

Dynamique de Lagrange semblerait contredite par cette étude ; elle serait confirmée si nous pouvions tenir compte des *mouvements cachés* du régulateur.

Voici une autre expérience, du domaine de la physique amusante, qui met en plein jour l'idée de Helmholtz :

Deux œufs sont sur une assiette ; l'un n'a pas encore été soumis à la cuisson, l'autre a été durci à l'eau bouillante ; comme à des totons, imprimons-leur un mouvement de rotation rapide ; l'œuf dur tourne longtemps, perdant très lentement la force vive qui lui a été communiquée ; l'œuf cru s'arrête presque aussitôt ; les *mouvements cachés* du jaune et de l'albumen ont paru mettre en défaut le principe de la conservation de la force vive.

On pourra donc rétablir l'accord entre la Dynamique de Lagrange et la Mécanique expérimentale si l'on admet que les mouvements observables ne sont pas les seuls mouvements qui animent les systèmes naturels ; qu'à ces mouvements s'adjoignent des *mouvements cachés*, qui échappent à notre observation directe ; que seuls, les écarts dont ces mouvements sont l'explication nous permettent d'en deviner les particularités.

Les expériences mêmes par lesquelles nous avons mis en évidence les écarts entre les mouvements naturels et la Dynamique de d'Alembert et de Lagrange vont nous servir d'exemples pour montrer l'usage que les physiciens font, depuis longtemps, des mouvements cachés.

Les oscillations d'un pendule vont s'amortissant ; les physiciens attribuent cet amortissement

aux mouvements que le pendule communique à l'air ambiant; cette explication adoptée, l'étude expérimentale de la loi d'amortissement des oscillations d'un pendule devient un moyen très sensible pour étudier certaines particularités du mouvement des fluides.

Un fluide, animé de mouvements rapides et enfermé dans un récipient immobile, retombe peu à peu au repos. Pour expliquer ce fait et plusieurs autres, Navier avait modifié le principe de d'Alembert et considéré des forces de viscosité liées aux vitesses relatives des molécules. Sans renoncer à la Dynamique de Lagrange, et en supposant seulement que les molécules gazeuses sont des points matériels qui se repoussent en raison inverse de la cinquième puissance de leur mutuelle distance, la théorie cinétique établit les lois du mouvement des gaz; les mouvements sensibles sont semblables à ceux que prévoit l'hypothèse de Navier; le rôle que la viscosité joue en cette hypothèse est tenu, dans l'hypothèse de Maxwell, par les mouvements cachés qui agitent violemment les molécules, et que nos sens grossiers ne peuvent percevoir.

Tous les écarts que l'expérience manifeste entre les mouvements naturels non renversables et les mouvements renversables prévus par les équations de Lagrange peuvent-ils s'expliquer par l'intervention de mouvements cachés? Il ne paraît pas que l'on puisse, avec certitude, répondre négativement à cette question. Puisque l'on n'impose aux mouvements cachés aucune condition, aucune restriction, sur quoi se fonderait-on pour prouver qu'un écart déterminé ne peut trouver en eux sa raison d'être?

Il semble donc qu'au point où nous sommes parvenus, nous puissions énoncer la proposition suivante :

Quelle que soit la forme des lois mathématiques auxquelles l'induction expérimentale assujettit les phénomènes physiques, il est toujours loisible de prétendre que ces phénomènes sont les effets de mouvements, SENSIBLES *ou* CACHÉS, *soumis à la Dynamique de Lagrange.*

L'explication mécanique des lois de la Physique semble donc échapper aux prises de toute contradiction logique; il n'en résulte pas qu'elle soit pleinement satisfaisante et exempte de lacunes. Tant que, suivant le conseil de Pascal, elle se contente de « dire en gros : Cela se fait par figure et mouvement », elle triomphe sans peine de toutes les objections; mais lorsqu'elle se propose de « dire quels et composer la machine », elle se montre frappée d'une singulière impuissance. Lorsque l'observation révèle certains écarts entre la Dynamique de Lagrange et les phénomènes naturels, elle peut, bravant toute contradiction, affirmer que ces écarts sont dus à des mouvements cachés; mais, si, des lois expérimentalement données de ces écarts, on veut remonter aux lois des mouvements cachés qui les produisent, on ne trouve en ses enseignements aucune méthode régulière et certaine pour effectuer un tel passage : on en est réduit à deviner.

Parmi les lacunes que présente la théorie des mouvements cachés, il en est une sur laquelle il nous faut particulièrement insister.

Les mouvements naturels, nous l'avons vu, ne se

soumettent pas à la loi de la conservation de la force vive; ils s'en écartent; mais *ils s'en écartent dans un sens déterminé*, *toujours le même*, et c'est ce caractère qui va fixer notre attention.

Le liquide agité de mouvements tourbillonnaires et enfermé dans un vase immobile revient au repos; la force vive tombe à zéro. Le fil à plomb mis en branle cesse, au bout d'un certain temps, d'osciller; il a dissipé la force vive qui lui avait été donnée. Dans un cas comme dans l'autre, il y a *perte* et non pas *gain* de force vive. Toutes les observations de ce genre s'accordent à montrer que les mouvements naturels sont soumis à la loi suivante :

Lorsqu'un système, sollicité par des forces qui dérivent d'un potentiel, est parti d'un certain état avec une certaine force vive et qu'il revient au même état, il y revient avec une force vive amoindrie; le long du *cycle fermé* parcouru par le système, il y a eu nécessairement *perte de force vive.*

Selon cette loi, on ne peut construire un mécanisme qui, de lui-même, revienne périodiquement au même état et y revienne toujours avec la même force vive ou avec une force vive accrue à chaque révolution; *le mouvement perpétuel est impossible.*

D'une manière plus générale, analysons un mouvement quelconque d'un système sollicité par des forces quelconques. Le travail des forces appliquées au système pendant un certain laps de temps n'est pas, comme l'exige la Mécanique de Lagrange, égal à l'accroissement de la force vive pendant le même temps; il surpasse toujours cet accroissement. Si l'on veut, à l'imitation de Navier, expliquer cet écart en introduisant dans les équa-

tions du mouvement des *forces de viscosité*, liées aux vitesses des diverses parties du système, ces forces ne devront pas être quelconques; leur travail, pendant un laps de temps quelconque, sera toujours négatif; ces forces tendront donc toujours à diminuer la force vive, à retarder ou à arrêter le mouvement; ce seront toujours des *résistances passives*, jamais des *puissances actives*.

Ainsi, les mouvements naturels s'écartent des mouvements prévus par les lois de la Dynamique, et cela dans un sens qui est toujours le même. Mais cette sorte d'impulsion, toujours de même sens, donnée aux phénomènes naturels, nous ne l'avons rencontrée jusqu'ici que dans l'étude des mouvements sensibles. Se rencontre-t-elle également lorsque les corps étudiés ne subissent pas simplement des changements de lieu, mais encore des échauffements et des refroidissements, des compressions et des dilatations, des fusions, des vaporisations, des réactions chimiques, des électrisations, des aimantations?

Ce fut un des traits de génie de Sadi Carnot, et peut-être le plus grand, de proclamer que le mouvement perpétuel, déjà reconnu impossible par les seules actions mécaniques, l'est encore lorsqu'on emploie l'influence soit de la chaleur, soit de l'électricité, et de fonder sur cette affirmation la théorie de la production du travail par la chaleur. La vérité reconnue par Carnot fut ensuite précisée par Clausius et par W. Thomson; le premier de ces savants en donna la formule définitive.

Au chapitre X, nous avons énoncé le Principe de Carnot et de Clausius sous la forme suivante : Lors-

qu'un système subit une modification, la *valeur de transformation* de cette modification est égale à la diminution qu'éprouve l'*entropie* du système.

Cette loi, avons-nous dit, est une des deux colonnes qui soutiennent l'édifice entier de la Thermodynamique ; l'interprétation de cette loi au moyen des équations de la Dynamique est le problème essentiel de la Théorie mécanique de la chaleur, celui qui a été l'objet des efforts de Boltzmann, de Clausius, de Helmholtz, de Gibbs.

Or, lorsqu'on compare cette loi aux modifications que la Nature nous présente, on peut faire à son endroit des observations analogues à celles que nous a suggérees le contrôle expérimental des équations de la Dynamique. Les phénomènes naturels ne vérifient pas l'égalité de Clausius. La somme de la valeur de transformation et de l'accroissement d'entropie devrait, en toute modification, être égale à zéro ; elle ne l'est pas ; elle a une certaine valeur, non nulle, qui est la *transformation non compensée* relative à la modification que l'on étudie ; et, par une audacieuse et pénétrante intuition, Clausius a découvert cette loi : *La transformation non compensée qui correspond à une modification quelconque est toujours positive.*

Ainsi, toutes les modifications qui se produisent dans le monde physique sont caractérisées non pas seulement par des égalités, mais par une inégalité, toujours de même sens. C'est ce que nous avions déjà reconnu dans le domaine de la pure Mécanique, où les corps changent de lieu dans l'espace, sans éprouver aucun changement de température ni d'état ; nous avions vu, dans ce cas restreint,

que le travail des résistances passives était toujours négatif; cette dernière inégalité, d'ailleurs, est un cas particulier de l'inégalité de Clausius ; en un mouvement purement local, la transformation non compensée s'obtient en divisant le travail des résistances passives par la température absolue du système et en changeant le signe du quotient.

De l'inégalité de Clausius, on a tiré les conséquences suivantes :

Un système complètement isolé dans l'espace ne peut ni céder de chaleur aux corps extérieurs, ni leur en emprunter ; toute modification qu'il éprouve a une valeur de transformation égale à zéro ; la transformation non compensée se réduit à l'accroissement de l'entropie ; et, comme la transformation non compensée est essentiellement positive, on peut énoncer le théorème suivant :

Toutes les modifications qui se produisent en un système complètement isolé en font croître l'entropie.

Appliqué au même système, le Principe de l'équivalence entre la chaleur et le travail fournit aussi une remarquable proposition. Le système auquel son isolement interdit tout échange de chaleur avec les corps étrangers, est également soustrait à toute force extérieure; donc, lorsqu'il se modifie, l'accroissement de l'énergie interne, ajouté à l'accroissement de la force vive ou énergie cinétique, forme une somme nulle; *toute modification d'un système isolé laisse une valeur invariable à la somme de l'énergie interne et de l'énergie cinétique, somme que nous nommerons l'énergie totale du système.*

Avec une audace qu'aucune démonstration rigoureuse ne saurait justifier — que savons-nous, en effet, des limites de l'Univers ? — W. Thomson attribua à l'Univers entier les propriétés d'un système limité, isolé dans l'espace. Acceptant cette grandiose assimilation, Clausius put énoncer ces deux propositions, qui eurent un immense retentissement :

L'énergie totale de l'Univers est invariable.

L'entropie de l'Univers croît sans cesse.

« Il est peut-être exagéré[1] de déduire de principes expérimentaux, dont les vérifications sont bien limitées, des vues générales sur l'avenir de l'Univers. Disons seulement que la Thermodynamique autorise à penser que l'Univers marche fatalement dans un sens déterminé. »

Cette marche de l'Univers dans un sens déterminé paraît échapper aux prises de toute explication mécanique.

Imaginons que les tentatives de M. Boltzmann, de Clausius, de M. Gibbs aient été couronnées d'un plein succès ; que, par des mouvements appropriés, soumis aux lois de la Dynamique, on ait rendu compte de tous les phénomènes physiques dans la limite où ils respectent l'egalité de Clausius ; il faudra maintenant expliquer mécaniquement pourquoi cette égalité est constamment violée, il faudra justifier l'existence des transformations non compensées. Pour cela, aux mouvements qui entraînent l'égalité de Clausius, aux

1. *Exposition Universelle de* 1900 *à Paris. Rapports du Jury international. Deuxième partie* : *Sciences*, par M. Émile Picard, p. 31, Paris, 1901.

mouvements désordonnés, comme les nomment Helmholtz et M. Boltzmann, il faudra adjoindre d'autres mouvements, les *mouvements ordonnés* ; les mouvements ordonnés joueront, par rapport aux mouvements désordonnés, un rôle analogue à celui que les mouvements cachés jouent par rapport aux mouvements sensibles dans les analogies dynamiques que Helmholtz a imaginées. Comme ces mouvements ordonnés sont laissés entièrement arbitraires, il est loisible de supposer qu'ils se laisseront toujours déterminer de telle sorte qu'ils engendrent des transformations non compensées positives, et qu'ils s'accordent avec tous les phénomènes observés. Un démenti formel de l'expérience n'est pas à redouter pour la théorie qui les invoque; elle trouve, dans son indétermination sans limite, un imprenable réduit.

Les difficultés sont ailleurs.

En premier lieu, pour rendre compte des écarts qui existent entre les faits thermodynamiques réels et l'égalité de Clausius, la théorie invoque l'existence de mouvements ordonnés ; mais elle ne prescrit aucune méthode pour tirer des lois expérimentales auxquelles ces écarts sont soumis la forme des mouvements ordonnés. Cette imprécision soustrait, il est vrai, la théorie aux contradictions expérimentales; mais, par contre, elle la prive du contrôle des faits.

Mais un autre point mérite attention. Il ne s'agit plus de savoir si l'on peut déterminer les mouvements cachés de telle sorte que le travail des résistances passives soit toujours négatif, les mouvements ordonnés de telle manière qu'ils engendrent

des transformations non compensées exclusivement positives. Il s'agit de savoir si les mouvements cachés, laissés dans une entière indétermination, correspondraient infailliblement à un travail négatif des résistances passives; si les mouvements ordonnés, quels qu'ils soient, donneraient nécessairement une valeur positive aux transformations non compensées.

Or, à ces questions, la réponse ne paraît pas douteuse. Si on laisse aux mouvements cachés, aux mouvements ordonnés, une indétermination sans limite, une généralité sans borne, rien ne fixera le sens des écarts qu'ils introduisent dans les équations de la Dynamique, des perturbations qu'ils apportent à l'égalité de Clausius. Les forces fictives qui, dans les équations de Lagrange, figureront l'effet des mouvements cachés pourront être des résistances passives, à travail négatif; mais elles pourront être aussi des puissances actives, à travail positif. Les transformations non compensées dues aux mouvements ordonnés pourront être positives, mais elles pourront également prendre des valeurs négatives.

La conclusion s'impose : Les mouvements cachés, les mouvements ordonnés que l'on a à invoquer pour rendre compte des écarts, toujours de même sens, que les modifications réelles présentent par rapport aux lois de la Dynamique et de la Thermodynamique ne sont pas entièrement quelconques; ils forment une catégorie déterminée dans l'infinie diversité des mouvements possibles.

Mais alors on est amené à se demander pour-

quoi, parmi l'infinie variété des mouvements cachés et ordonnés possibles, ceux-là seuls sont réalisés qui correspondent à des résistances passives ; pourquoi les autres ne se rencontrent jamais dans la Nature ; pourquoi, à côté des systèmes incapables de mouvement perpétuel, on ne trouve jamais de systèmes où le mouvement perpétuel se réalise. A ces questions, la Mécanique ne paraît pas avoir de réponse.

La Thermodynamique impose à tous les phénomènes du monde matériel une tendance dans un même sens ; il n'en résulte pas que ces phénomènes ne puissent tous s'expliquer par des combinaisons de figures, de mouvements, de masses et de forces. Mais l'hypothèse que tous les effets de la matière brute sont d'essence mécanique ne rend aucun compte de la commune tendance qui sollicite tous ces effets.

CHAPITRE XIII

LA MÉCANIQUE DE HERTZ

Nous avons suivi, jusqu'ici, les tentatives par lesquelles les géomètres se sont efforcés de réduire tous les phénomènes de la Nature inanimée à des mouvements, sensibles ou cachés, soumis aux équations de Lagrange.

Indépendamment des concepts purement géométriques, ces équations font intervenir un certain nombre de notions, regardées comme premières et irréductibles. On peut en distinguer quatre, qui sont essentielles : ce sont le mouvement absolu, le temps, la masse, la force. Ces notions, étrangères à la Géométrie, sont un fardeau insupportable à ceux qui ne voudraient voir dans la Nature « que l'étendue et son changement tout nud ». Ceux-là font des efforts désespérés pour débarrasser la Mécanique de ce bagage d'idées non géométriques et, particulièrement, de la plus métaphysique d'entre elles, de la notion de *force*.

Assurément, à l'égard de l'existence réelle de la force, tous les physiciens n'éprouvent pas cette insurmontable répugnance ; il en est qui admettent

très explicitement cette réalité : « Les attractions qui produisent les phénomènes astronomiques, dit Athanase Dupré [1], les attractions moléculaires qui s'y rattachent, suivent des lois imposées à la Nature par la volonté toute-puissante et immuable du Créateur. » Hirn, plus formel encore, déclare [2] que « la force n'est ni un être de raison, ni une qualité de la matière, comme on le dit souvent; elle existe au même titre que la matière et est un principe constituant spécial de l'Univers ».

Mais, si quelques physiciens admettent l'existence réelle de la force, s'ils y voient même, avec Leibniz, quelque chose « qui aye du rapport aux âmes », ils sont sans doute moins nombreux que ceux qui se refusent à admettre l'idée de force comme une notion première.

Parmi ceux-ci, il en est, comme de Saint-Venant et Kirchhoff, qui conservent tout de la Mécanique de Lagrange, mais en y regardant simplement la notion de force comme une notion dérivée; qui, dans le produit de la masse d'un point matériel par son accélération, veulent voir non pas un symbole quantitatif capable de représenter les diverses intensités de la force, de lui servir de mesure, mais la définition même de la force. Ils ont quelque peine à conduire logiquement jusqu'aux applications physiques leur doctrine purement nominaliste, à éviter la rentrée plus ou moins tardive du

1. Athanase Dupré *Théorie mécanique de la Chaleur*, chap. I, p. 1; Paris, 1869.
2. Hirn *Theorie mécanique de la Chaleur. Conséquences philosophiques et métaphysiques de la Thermodynamique*, p. 65, Paris, 1868.

concept qu'ils ont chassé des débuts de la Mécanique. A partir d'égalités qui sont vraies *par définition*, leur Dynamique se déroule avec un ordre parfait et un enchaînement impeccable ; mais ce qui fait sa rigueur fait aussi sa stérilité, car elle n'écrit que des identités ; pour transformer ces identités en jugements synthétiques qui nous apprennent quelque chose sur les corps et leurs mouvements, il lui faut briser sa rigidité analytique ; au moment de traiter des forces particulières que considère le physicien, il lui faut reprendre toutes les intuitions expérimentales dont elle avait, à ses débuts, dépouillé la notion générale de force. Aussi cette méthode est-elle surtout en faveur auprès de ceux qui, après avoir exposé une Mécanique rationnelle aussi rigoureuse qu'inféconde, abandonnent, au seuil de la Physique, leurs disciples ignorants des difficultés qu'ils vont rencontrer et des méthodes qui les peuvent résoudre.

D'autres, avec Hertz, reprenant les préceptes des Cartésiens et des Atomistes, veulent pousser l'explication des phénomènes physiques plus loin que la réduction aux équations de Lagrange ; ils entendent bien ne s'arrêter dans leur analyse qu'après avoir réduit toutes les transformations de la matière inanimée à la figure, au mouvement et à la masse. C'est encore, cependant, la Mécanique de d'Alembert et de Lagrange qui leur fournit les moyens de construire une explication du Monde avec ces seuls éléments.

Cette Dynamique, en effet, ne considère pas seulement des forces réelles, mais encore des combinaisons mathématiques qui sont homogènes aux

forces, qui se mesurent en unités de force, qui jouent dans les équations le rôle de forces, qui sont, en un mot, des *forces fictives*; telles sont les forces de liaison et les forces d'inertie.

De là cette conséquence : Lorsque l'expérience nous manifeste des effets qui nous semblent découler de forces réelles, il peut se faire que nous nous trompions, que nous ayons affaire à des forces apparentes, à des forces de liaison dues à la présence d'un corps que nous ne voyons pas ou à des forces d'inertie provenant d'un mouvement que nous ne soupçonnons pas. Celui qui, tirant un corps auquel un autre corps est relié par un fil invisible, verrait le second corps suivre le premier, croirait à une attraction réciproque entre ces deux corps; il se tromperait et aurait affaire à une force de liaison produite par une masse cachée. Celui qui, ignorant le mouvement de rotation qui anime un gyroscope, essaierait de dévier l'axe de l'instrument et éprouverait une vive résistance, penserait qu'un couple réel tend à maintenir cet axe dans une direction invariable; il se tromperait et aurait affaire à une force d'inertie engendrée par un mouvement caché.

Selon Maxwell, les physiciens étaient, depuis Ampère, victimes d'une illusion de ce genre lorsqu'ils regardaient les forces électrodynamiques et électromagnétiques comme des forces réelles. Ainsi que nous l'avons vu précédemment, le grand physicien écossais regarde ces actions comme des forces d'inertie; soit qu'il imagine, au sein des cellules, un fluide animé de rapides mouvements giratoires et auquel seraient appliquées ces forces d'inertie; soit qu'il tire cette interprétation de la

seule inspection des formules de l'Électrodynamique.

Dans les théories électriques de Maxwell, plusieurs des forces que les physiciens regardaient comme des forces réelles sont donc traitées comme des forces d'inertie; certains termes, que l'on portait au compte du potentiel interne, sont désormais attribués à la force vive; toutefois, ni les forces réelles, ni le potentiel interne ne sont complètement biffés. Le solide élastique qui forme les parois des cellules admet un potentiel interne qui varie avec les déformations de ces parois; ainsi naissent des forces réelles qui sont les forces électrostatiques. Lorsque Maxwell, abandonnant l'hypothèse des cellules, se borne à donner des lois de l'électricité une expression qui rappelle les équations de Lagrange, il continue à regarder le potentiel électrostatique comme représentant un véritable potentiel interne, et non pas une partie de la force vive.

Le potentiel interne et les forces réelles qui en découlent sont, au contraire, complètement exclus de la construction de l'éther auquel W. Thomson attribue la propagation de la lumière.

A la suite des recherches de Fresnel, Cauchy, Green, Neumann, Lamé avaient attribué à l'éther des propriétés semblables à celle d'un solide élastique; cet éther possédait un potentiel interne qui dépendait des déformations subies par le milieu. Or, l'hypothèse d'un semblable éther se heurte à de graves difficultés.

Pour que les petits mouvements d'un tel milieu puissent rendre compte des phénomènes lumineux,

il faut que les vibrations longitudinales ne puissent pas s'y propager, tandis que les vibrations transversales s'y propageraient avec la vitesse de la lumière. Mais un milieu élastique qui posséderait cette double propriété de transmettre les vibrations transversales avec une vitesse finie et de ne pas transmettre les vibrations longitudinales, est un milieu dont on ne saurait concevoir l'existence ; si l'on prenait une portion de ce milieu et si l'on essayait de la maintenir en équilibre par des pressions constantes appliquées à la surface qui la termine, on n'obtiendrait qu'un état d'équilibre instable.

Si donc on veut donner une explication mécanique des phénomènes lumineux, on devra attribuer au milieu éthéré chargé de les propager une constitution fort différente de celle que lui accordaient les géomètres au début du XIX^e^ siècle.

W. Thomson a imaginé[1] un éther absolument différent de celui que ses devanciers avaient conçu. Cet éther est formé de petites masses solides, distinctes les uns des autres, et qui n'exercent les unes sur les autres aucune force réelle, en sorte que le potentiel interne du milieu est toujours nul. Chacune de ces petites masses tourne avec une grande vitesse autour d'un axe passant par un de ses points, à la façon d'un petit *gyroscope* de Foucault ; ce mouvement engendre un couple d'inertie qui oppose une énergique résistance à toute action tendant à dévier l'axe de rotation, tandis qu'il ne

1. W. THOMSON : *On a gyrostatic adynamic constitution for « Ether »* (*Edinburgh Royal Society Proceedings*, 17 mars 1890. — *Scientific Papers*, vol. III, p. 467).

gêne nullement un mouvement par lequel cet axe se déplacerait parallèlement à lui-même. L'éther *adynamique* et *gyrostatique* ainsi constitué est infiniment compressible, mais il réagit contre toute cause qui tend à imprimer une rotation à quelqu'une de ses parties. Il ne transmet pas les ondes longitudinales, tandis qu'il transmet les ondes transversales avec une vitesse très grande, mais finie, comme l'exige la théorie de la lumière.

La conception de l'éther adynamique et gyrostatique mériterait assurément une discussion approfondie. Cette hypothèse possède-t-elle bien les avantages qu'on lui prête? Évite-t-elle bien les objections, relatives à la stabilité, auxquelles se heurtait l'hypothèse de l'éther élastique? Ne se borne-t-elle pas à passer sous silence l'examen de cette question de stabilité qui, dans ce cas, d'ailleurs, semble mal commode à aborder par une méthode rigoureuse? Autant de problèmes qui vaudraient la peine que nous nous y arrêtions, si nous voulions analyser pour elle-même la théorie de W. Thomson. Mais tel n'est point notre objet; cette théorie n'est mentionnée ici que comme un acheminement à la Mécanique de Hertz.

La Mécanique de Hertz, en effet, c'est l'extension à l'Univers physique tout entier des idées que W. Thomson avait appliquées au seul éther[1].

De sa Mécanique, Hertz supprime entièrement la

1. Heinrich Hertz *Die Principien der Mechanik in neuem Zusammenhange dargestellt* Leipzig, 1894. — Au sujet de la Mécanique de Hertz, voir : H. Poincaré, *Les Idées de Hertz sur la Mécanique* (*Revue gén. des Sciences*, t. VIII, p. 734; 1897).

force réelle. Le monde est formé de corps dont chaque élément a une masse invariable et une vitesse variable. On peut donc, pour chacun de ces éléments, considérer une ligne dirigée en sens inverse de l'accélération et égale au produit de cette accélération par la masse de l'élément. Cette grandeur, on peut, par pure habitude de langage, lui donner le nom de *force d'inertie*; on peut aussi, à chaque instant, former à la manière habituelle la force vive du système; de l'expression de celle-ci, les diverses forces d'inertie se tirent encore par les formules de Lagrange.

Les divers corps que l'on considère sont assujettis à des liaisons; ici, comme dans la Mécanique de Lagrange, un déplacement virtuel est un déplacement infiniment petit qui respecte les liaisons.

Voici alors le postulat fondamental d'où l'on tirera toute la Mécanique : A chaque instant, les forces d'inertie appliquées à un système indépendant sont telles que tout déplacement virtuel imposé au système les contraint d'effectuer un travail nul.

Ce postulat, à la vérité, Hertz l'énonce sous une forme originale, qui semble très différente de celle-là; mais la différence est tout extérieure et, pour ainsi dire, de langage; l'hypothèse fondamentale de Hertz et celle que nous venons de formuler se traduisent exactement par les mêmes équations.

Ces équations ont la forme donnée par Lagrange aux équations de la Dynamique; seulement, il n'y figure plus aucune force réelle; les forces qui y

figurent sont de pures expressions mathématiques, des forces fictives comme les forces d'inertie ou les forces de liaison.

Comment pourra-t-on, avec ces équations qui n'admettent plus aucune force réelle, ni extérieure, ni intérieure, rendre compte des mouvements que l'on représente ordinairement par des équations de même forme, mais portant sur des forces réelles? Partout où, dans les équations du mouvement d'un système, figurent des forces traitées jusqu'ici comme réelles, on conservera les termes qui les représentent, mais on regardera ces termes comme exprimant des forces fictives, forces d'inertie engendrées par des mouvements cachés ou forces de liaison dues à la présence de masses cachées. En d'autres termes, on appliquera, d'une manière entièrement générale, le procédé employé par Maxwell pour rendre compte des actions électrodynamiques. On obtiendra ainsi une Mécanique où seront encore considérés des temps, des figures, des mouvements et des masses, mais d'où la notion de force aura été rigoureusement bannie; une Mécanique capable de satisfaire les philosophes atomistes, disciples de Gassendi et de Huygens.

« Mais, disait Huygens[1], la plus grande difficulté consiste à faire voir comment tant de choses diverses sont effectuées par ces seuls principes. »

C'est, en effet, en la suivant jusqu'au détail des phénomènes que l'on peut apprécier exactement la

1. HUYGENS : *Discours de la Cause de la Pesanteur*, préface (Leipzig, édition W. Burckhardt, p. 94).

valeur d'une théorie mécanique ; telle doctrine, dont les principes généraux sont fort beaux et fort logiquement enchaînés, se perd en d'inextricables complications, en d'insaisissables subtilités lorsqu'elle veut comparer les conséquences de ses déductions à la moindre des lois naturelles. La Physique Newtonienne était un édifice admirable lorsque Boscovich en traçait le plan d'ensemble; elle s'est écroulée lorsque Poisson a voulu en tirer l'explication des phénomènes capillaires.

La mort n'a pas laissé à Hertz le temps d'appliquer ses principes généraux de Mécanique à des problèmes particuliers. « Il est obligé de supposer, dit Helmholtz[1], qu'il existe un grand nombre de masses ne tombant pas sous les sens, de mouvements invisibles de ces masses, afin d'expliquer l'existence de forces entre corps non contigus. Malheureusement, il n'a donné aucun exemple capable de montrer comment il concevait ces sortes de termes intermédiaires. Il est évident qu'il aurait été obligé de faire appel à un nombre considérable de forces fictives, pour rendre compte des actions physiques les plus simples. »

Cette tâche, que Hertz n'a pu accomplir, n'a trouvé jusqu'ici aucun ouvrier qui la mène à bonne fin. « Nous conserverons dans la considération du choc des molécules, dit M. Boltzmann au début de ses *Leçons sur la Théorie des gaz*[2], l'ancienne distinction entre les énergies potentielle et ciné-

1. H. von Helmholtz. Préface à l'ouvrage de Hertz *Die Principien der Mechanik*.

2. L. Boltzmann *Leçons sur la Theorie des gaz*, traduites en français par A. Gallotti, p. 3, Paris, 1902.

tique. Cette distinction n'atteint pas la nature des choses. Les suppositions que nous ferons sur l'action des molécules pendant un choc ont un caractère tout à fait provisoire et feront certainement place à d'autres plus tard. J'ai eu un instant la tentation d'ébaucher une théorie où les forces agissant pendant le choc seraient remplacées par de simples équations de condition (au sens de la Mécanique posthume de Hertz), plus générales que celles du choc élastique; j'y ai renoncé à cause des nouvelles suppositions arbitraires qu'il aurait encore fallu faire. »

Faute d'avoir été appliquée jusqu'au bout à des problèmes précis, faute d'avoir été suivie jusqu'à la détermination des masses cachées, des mouvements cachés, qui doivent expliquer telle ou telle force prise à tort pour action réelle, la Mécanique de Hertz est, jusqu'ici, moins une doctrine que le projet, que le programme d'une doctrine. Ce programme lui-même se réduit, en dernière analyse, à cette affirmation : Toutes les forces que l'on introduit ordinairement dans les équations de la Dynamique peuvent être regardées comme des forces de liaison dues à certains corps hypothétiques ou comme des forces d'inertie produites par certains mouvements supposés. Pour que cette affirmation eût quelque portée, il serait bon qu'elle fût accompagnée de l'indication d'une méthode propre à déterminer ces corps et ces mouvements lorsqu'on connaît les forces qu'ils sont appelés à remplacer. Or, cette indication même fait défaut.

La Mécanique de Hertz laisse donc entièrement indéterminés les mouvements cachés, les masses

cachées qui doivent expliquer les forces de la Nature. Dans ces conditions, comment prouverait-on qu'une certaine force est inexplicable par ces masses et ces mouvements? On ne saurait trouver dans l'expérience des arguments pour convaincre d'erreur celui qui croit en la Mécanique de Hertz.

CHAPITRE XIV

L'ATOME-TOURBILLON

La Mécanique de Hertz débarrasse l'explication du Monde physique de la notion de force regardée comme une notion première et irréductible. Est-ce le terme auquel doivent nécessairement s'arrêter les géomètres dans ce long effort pour réduire au minimum le nombre des éléments essentiels de toute théorie physique? Ne peuvent-ils pousser plus loin encore leur œuvre de simplification? La plupart des théories qui s'efforcent d'expliquer mécaniquement les phénomènes physiques postulent l'existence de petits corps insécables et impénétrables, d'atomes doués de masses ; cette notion d'atome doué de masse ne pourrait-elle pas, à son tour, perdre son caractère premier et irréductible?

A cette question, une réponse a été donnée par W. Thomson ; les progrès apportés à l'Hydrodynamique par Cauchy et par Helmholtz avaient préparé cette réponse.

Considérons un milieu continu en mouvement et, dans ce milieu, une très petite partie de matière que notre pensée découpe au sein de ce qui

l'environne ; à un instant donné, cette particule offre une certaine figure et occupe une certaine position; au bout d'un laps de temps très court, elle offre une figure un peu différente et occupe une position qui n'est plus tout à fait la même. Cauchy a analysé la modification infiniment petite par laquelle cette particule matérielle passe du premier état au second ; cette modification, il l'a décomposée en modifications élémentaires dont chacune est très aisée à concevoir.

Pour amener une particule matérielle d'un certain état à un autre état très voisin du premier, on doit tout d'abord, par un des points matériels que l'on y peut marquer, mener trois certaines droites, rectangulaires deux à deux, qui sont, à l'instant donné, les *axes principaux de dilatation* de la particule; à la matière qui la forme, on impose une première dilatation uniforme et infiniment petite dans la direction du premier axe, puis une seconde dilatation dans la direction du second axe, une troisième dilatation enfin dans la direction du troisième axe ; en général, ces trois *dilatations principales* ne sont pas égales entre elles ; leur somme représente la *dilatation cubique* ; elle est nulle si le milieu est incompressible.

Les trois dilatations principales, successivement imprimées à la particule, lui imposent le changement de figure qu'elle doit subir ; reste à analyser le changement de position.

Par le point que l'on a déjà choisi, on mène une certaine droite qui est, pour l'instant considéré, l'*axe instantané de rotation* de la particule, et l'on fait tourner la particule entière, autour de cette

droite, d'un certain angle infiniment petit ; en divisant cet angle infiniment petit par la durée infiniment petite de la modification totale, on obtient la *vitesse de rotation instantanée.*

Enfin, on déplace la particule entière de telle sorte que, dans cette *translation*, tous ses points décrivent des trajets infiniment petits, égaux et parallèles entre eux.

Jusqu'ici, nous n'avons fait que de la Géométrie ou, mieux, de la Cinématique ; venons maintenant à des propositions de Mécanique.

Imaginons un fluide continu, incompressible, non visqueux, de température uniforme et constante ; les mouvements de ce fluide obéissent aux équations que d'Alembert avait tirées de son célèbre principe et auxquelles Euler a donné une forme définitive. Supposons que les petites parties en lesquelles la pensée peut découper ce fluide ne soient soumises à aucune force ou, du moins, qu'elles ne soient pas soumises à ces sortes de forces, mises en évidence par Clairaut, dont la nature exclut, pour le fluide, toute possibilité d'équilibre. En un tel fluide, les vitesses de rotation des diverses particules obéissent à des lois d'une remarquable simplicité.

Voici la première, qui fut découverte par Lagrange [1] : Si la vitesse de rotation instantanée d'une certaine particule est nulle à un instant quelconque du mouvement, elle demeure toujours nulle.

C'est pour démontrer en toute rigueur ce théo-

1. LAGRANGE *Mécanique analytique*, 2e édition, 2e partie, section XI, § 1, art. 17.

rème de Lagrange que Cauchy[1], en 1815, forma des équations d'une extrême importance, mais dont l'interprétation mécanique demeura longtemps inaperçue ; l'emploi d'une méthode différente donna à Helmholtz[2], en 1858, la clé de cette interprétation.

L'axe instantané de rotation d'une particule étant, à un instant donné, prolongé d'une toute petite quantité, traverse une seconde particule, contiguë à la première; l'axe instantané de cette seconde particule, prolongé, au même instant, d'une longueur infiniment courte, va en rencontrer une troisième; et ainsi de suite. Nous marquons ainsi au sein du fluide, à cet instant, une rangée de particules, contiguës les unes aux autres, qui se suivent le long d'une ligne courbe comme les perles d'un collier le long du fil qui les retient; cette ligne courbe a pour tangente, en chacun de ses points, l'axe instantané de rotation de la particule à laquelle appartient ce point; on dit alors que cette ligne courbe est, à l'instant considéré, une *ligne-tourbillon*.

Suivons maintenant, au sein du fluide en mouvement, les modifications de notre rangée de particules; notre collier se déforme et se déplace, il ondule dans l'espace sans rompre le fil qui relie

1. A. Cauchy. *Mémoire sur la théorie de la propagation des ondes à la surface d'un fluide pesant de profondeur indéfinie, couronné par l'Académie des Sciences* (*Mémoires des savants étrangers*, t. I, p. 3; 1827. — *Œuvres de Cauchy*, t. I).

2. Helmholtz : *Ueber Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche der Wirbelbewegungen entsprechen* (*Journal fur die reine und angewandte Mathematik*, Bd. LV, p. 25; 1858. — *Abhandlungen*, Bd. I, p. 101).

les perles; et voici la propriété essentielle dont jouit la courbe que dessine ce fil : de même qu'elle était ligne-tourbillon au moment où nous l'avons tracée, elle demeure ligne-tourbillon pendant toute la durée du mouvement; toujours, la tangente qu'on lui mène en l'un quelconque de ses points marque l'axe instantané de rotation de la particule qui se trouve en ce point.

Sur une ligne-tourbillon, prenons deux particules peu éloignées l'une de l'autre; observons-les dans leur mouvement ; à chaque instant, mesurons, d'une part, la vitesse angulaire de rotation qui leur est sensiblement commune et, d'autre part, leur mutuelle distance; ces deux grandeurs varient dans le même sens; lorsque les deux particules accélèrent leur mouvement de rotation, elles s'écartent ; lorsqu'elles tournent moins vite, elles se rapprochent ; le rapport de leur vitesse instantanée de rotation à leur mutuelle distance demeure invariable.

Au sein du fluide et à un instant donné, prenons une petite surface; par chaque point du contour de cette petite surface, menons la ligne-tourbillon qui y passe à cet instant; ces lignes vont former la paroi d'une sorte de tuyau très délié qui s'étend dans la masse fluide, tantôt s'évasant, tantôt se rétrécissant; avec Helmholtz, donnons à cette sorte de tuyau le nom de *tube-tourbillon*. Les propriétés des lignes-tourbillons nous font immédiatement apercevoir certaines propriétés des tubes-tourbillons et, en particulier, la plus essentielle; il est clair, en effet, que la masse fluide contenue, à un instant donné, dans un tube-tourbillon, demeure

indéfiniment renfermée dans un tube-tourbillon; la conservation des lignes-tourbillons entraîne la *conservation des tubes-tourbillons*.

Si, dans un tube-tourbillon, on mène, à un instant donné, deux sections droites voisines, les points matériels intéressés par ces deux sections droites dessineront continuellement deux sections droites voisines du même tube-tourbillon; d'après ce que nous avons vu, la distance mutuelle de ces deux sections variera de manière à rester proportionnelle à la vitesse angulaire de rotation du fluide qu'elles comprennent entre elles; mais ce fluide est incompressible; le volume qu'il occupe, et qui est celui du petit cylindre compris entre les deux sections droites, demeure invariable; la base de ce cylindre varie donc en raison inverse de la hauteur; nous voyons ainsi que la partie d'un tube-tourbillon qui correspond à une masse fluide déterminée s'enfle quand la vitesse angulaire de rotation diminue et se dégonfle quand le fluide tourne plus vite; l'aire de la section droite est inversement proportionnelle à la vitesse instantanée de rotation.

Cette loi suppose que l'on suive, dans le temps, une même portion matérielle du tube-tourbillon. On trouve une loi analogue en inspectant, à un même instant, les diverses parties d'un tube-tourbillon; on constate que ce tube s'évase dans les régions du fluide où la vitesse de rotation instantanée est petite et qu'il se rétrécit dans les régions où elle est grande; tout le long d'un même tube, le produit de la vitesse instantanée par l'aire de la section droite garde la même valeur.

Cette loi entraîne une conséquence bien essentielle : un tube-tourbillon ne peut se terminer au sein de la masse fluide. En effet, pour qu'il pût s'étrangler au point que sa section devînt nulle, il faudrait que la vitesse augulaire de rotation fût infinie au point terminal. Il faut donc qu'un tube-tourbillon traverse tout le fluide et ne s'achève qu'aux limites mêmes de ce milieu, ou bien qu'il se ferme sur lui-même comme un anneau.

Ces remarquables théorèmes de Helmholtz ont conduit W. Thomson à imaginer[1], en 1867, l'hypothèse des *atomes-vortex* ou *atomes-tourbillons*.

Une matière unique emplit l'Univers; cette matière, homogène et incompressible, obéit dans ses mouvements aux lois que les équations d'Euler imposent aux fluides parfaits; au commencement, des forces, incompatibles avec l'équilibre d'un fluide quelconque, ont mis cette matière en mouvement et y ont, en particulier, créé une foule d'anneaux-tourbillons de toutes formes et de toutes dimensions; puis, ces forces ont disparu, ne laissant plus dans le monde que des forces apparentes, explicables par les pressions et les forces d'inertie du fluide universel; ces forces ne peuvent ni engendrer un nouvel anneau-tourbillon, ni anéantir un de ceux qui préexistent, ni le couper en deux ou plusieurs anneaux; chacun de ces anneaux est devenu un véritable atome physique. La matière qui tombe sous nos sens est composée de tels anneaux-tourbillons.

1. W. THOMSON : *On Vortex-Atoms* (*Edinburgh Philosophical Society Proceedings*, 18 février 1867).

Cette hypothèse de W. Thomson nous présente le plus haut degré de simplification auquel puisse parvenir l'explication des phénomènes naturels; non seulement la force réelle est bannie de l'Univers actuel, où nous ne constatons que des forces apparentes, effets de l'inertie et des liaisons, mais encore la diversité que la Chimie croit constater parmi les corps simples n'est qu'une illusion; elle manifeste seulement à nos sens les différentes figures et les différents mouvements pris par les anneaux-tourbillons d'un fluide partout identique à lui-même.

Mais l'hypothèse de W. Thomson s'enfonce si profondément au-dessous des apparences sensibles, qu'il devient bien malaisé de remonter jusqu'à celles-ci et de fournir l'explication des faits que nous constatons chaque jour. Les plus simples d'entre eux semblent sans lien avec les fondements de la théorie. Les forces fictives qu'engendrent les pressions du fluide interposé aux vortex ne rendent pas compte de la gravitation universelle; pour l'expliquer, Thomson doit recourir à des hypothèses semblables à celles de Lesage.

Les principes mêmes de la Mécanique ne se laissent pas déduire des propriétés des anneaux-tourbillons et, comme l'a remarqué Maxwell [1], on ne sait où découvrir, dans un atome-vortex, l'élément invariable qu'il conviendrait de regarder comme sa masse.

1. MAXWELL : Art. « Atom » de l'*Encyclopaedia Britannica*. — BRILLOUIN : *Recherches récentes sur diverses questions d'Hydrodynamique;* 1re partie . Tourbillons, Paris, 1891.

CHAPITRE XV

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES SUR LES EXPLICATIONS MÉCANIQUES

Ces difficultés, et bien d'autres qu'il serait trop long d'énumérer, nous avertissent qu'il est temps de nous arrêter ; qu'il ne faut pas suivre plus avant ces tentatives faites pour diminuer de plus en plus le nombre des notions premières sur lesquelles repose la Physique. Aussi bien, la théorie des atomes-tourbillons nous a ramenés bien près des doctrines de Descartes. Le seul corps dont W. Thomson admette l'existence, ce fluide parfait, homogène et incompressible qui remplit tout l'espace, qui n'a pas d'autre propriété que de se mouvoir en conformité avec les équations hydrodynamiques d'Euler, est proche parent, à coup sûr, de cette étendue en longueur, largeur et profondeur, capable de toutes sortes de figures et de mouvements, qui constitue la matière cartésienne.

On pourrait pousser l'assimilation encore plus loin, et certains l'ont osé. Puisque le fluide de W. Thomson n'a d'autre propriété que de supporter,

dans l'espace, des vitesses variables selon certaines formules, pourquoi n'irait-on pas jusqu'à le supprimer, jusqu'à lui dénier toute existence substantielle, jusqu'à le réduire à la pure étendue? La masse de l'atome-tourbillon, à supposer qu'on en ait trouvé une définition acceptable, ne serait qu'un symbole, qu'une expression mathématique combinée au moyen de la figure et du mouvement de l'atome; sa constance ne serait pas la traduction, en langage mathématique, de la persistance d'une substance matérielle, mais la conséquence d'une certaine distribution permanente de vitesses de rotations; pour cet atome, il n'est plus vrai de dire que « la loi physique de la conservation de la masse ait dégénéré[1] en un axiome métaphysique, conservation de la matière ». Dès lors, pourquoi attribuerions-nous plus de réalité à la matière même du fluide au sein duquel se forment les tourbillons? Pourquoi ne l'identifierions-nous pas à l'espace, réceptacle de certaines vitesses et de certaines forces vives? Pourquoi ne réduirions-nous pas la Mécanique à l'étude « de l'étendue et de ses changements tous nuds », changements qui laissent invariables dans le monde la quantité totale d'Énergie? Ainsi serions-nous amenés à la doctrine nouvelle qui a vogue sous le titre de *théorie de la migration de l'Énergie*[2].

Au moment de quitter la terre ferme de la

1. W Ostwald : *La déroute de l'atomisme contemporain* (*Revue gén. des Sciences*, t. VI, p. 954, 1895).

2. Au sujet de cette doctrine, voir l'article précédent de M. Ostwald, puis : M. Brillouin : *Pour la matière* (*Revue gén. des Sciences*, t. VI, p. 1032; 1895), et W. Ostwald : *Lettre sur l'Énergétique* (*Revue gén. des Sciences*, t. VI, p. 1069; 1895).

Mécanique traditionnelle pour nous élancer, sur les ailes du rêve, à la poursuite de cette Physique qui localise les phénomènes dans une étendue vide de matière, nous nous sentons pris de vertige ; alors, de toutes nos forces, nous nous cramponnons au sol ferme du sens commun ; car *nos connaissances scientifiques les plus sublimes n'ont pas, en dernière analyse, d'autre fondement que les données du sens commun* [1] ; si l'on révoque en doute les certitudes du sens commun, l'édifice entier des vérités scientifiques chancelle sur ses fondations et s'écroule.

Nous persisterons donc à admettre que tout mouvement suppose un mobile, que toute force vive est la force vive d'une matière. « Vous recevez un coup de bâton, nous dit M. Ostwald [2]; que ressentez-vous, le bâton ou l'énergie ? » Nous avouerons ressentir l'énergie du bâton, mais nous continuerons à en conclure qu'il existe un bâton, porteur de cette énergie. Nous n'oublierons pas, d'ailleurs, que cette énergie, qui réside en certains lieux de l'espace, qui se transporte d'une région à une autre, ressemble singulièrement à une Matière qui aurait renié son nom, mais n'aurait pu changer d'essence. Nous demeurerons donc en deçà des doctrines pour lesquelles l'existence substantielle de matières diverses et massives devient une illusion et nous arrêterons nos discussions aux

1. P. Duhem : *Quelques réflexions au sujet de la Physique expérimentale* (*Revue des Questions scientifiques*, 2e série, t. III, 1894).

2. W. Ostwald : *La déroute de l'atomisme contemporain* (*Revue gen. des Sciences*, t. VI, p. 957 ; 1895).

bornes que Hertz lui-même n'avait pas franchies.

Les tentatives faites pour expliquer mécaniquement les phénomènes physiques que nous présente l'Univers se classent nettement en deux catégories.

Les tentatives de la première catégorie sont menées suivant une méthode que l'on peut justement nommer *Méthode synthétique.*

En cette méthode, on commence par construire de toutes pièces un mécanisme ; on dit quels corps le composent, quelles en sont les figures, les grandeurs, les masses, quelles forces le sollicitent; de ces données, on tire les lois selon lesquelles se meut le mécanisme; comparant alors ces lois aux lois expérimentales que l'on veut expliquer, on juge s'il y a entre elles une suffisante concordance.

Cette méthode a été longtemps la seule dont on usât. Nous lui devons les exemples les plus célèbres de théories mécaniques : la théorie, donnée par Descartes, des attractions et des répulsions magnétiques; l'explication de la pesanteur par les tourbillons, doctrine essentielle de la Physique cartésienne, que Huygens a perfectionnée; la tentative de Fatio de Duilliers et de Lesage, pour réduire la gravitation à l'impulsion que les molécules matérielles reçoivent de la part des atomes ultra-mondains ; la théorie du calorique, telle que Laplace la développe dans sa *Mécanique céleste* ; les diverses théories cinétiques des gaz; l'éther gyrostatique de W. Thomson; les constructions cellulaires par lesquelles Maxwell a tenté de rendre compte des actions électromagnétiques ; les mécanismes variés imaginés, en ces dernières années, par M. Lorentz, par M. Larmor, par M. J.-J. Thom-

son, par M. Langevin, par M. Jean Perrin, par d'autres encore, pour expliquer divers effets de la lumière, de l'électricité, de radiations nouvellement découvertes.

A toute époque, depuis la renaissance des Sciences physiques, mais particulièrement en la nôtre, cette *Méthode synthétique* s'est heurtée aux répugnances de certains esprits; le caractère aventureux des hypothèses sur lesquelles repose chacune de ses explications; la forme quelque peu puérile des mecanismes qu'elle est obligée d'imaginer sous les apparences sensibles, ont, de tout temps, prêté le flanc à bien des sarcasmes. « Il faut dire en gros : cela se fait par figure et mouvement, disait Pascal. Mais de dire quels et composer la machine, cela est ridicule; car cela est inutile, et incertain, et pénible. » Et Newton, lançant son fameux « *Hypotheses non fingo* », entendait surtout rejeter hors du domaine de ses spéculations les mécanismes des Cartésiens et des Atomistes.

Aux yeux de la plupart des physiciens, la méthode synthétique ne semble plus capable de donner une explication mécanique et complète des phénomènes naturels; c'est alors à la *Méthode analytique* que l'on demande aujourd'hui une telle explication.

La méthode analytique est celle que Maxwell a définie dans la préface de son *Traité d'Électricité et de Magnétisme* et qu'il s'est efforcé de mettre en pratique dans ce Traité. Elle réduit d'abord en formules générales les lois des phénomènes physiques; puis, sans faire aucune hypothèse sur la nature des mouvements par lesquels ces phénomènes pourraient s'expliquer, elle donne à ces formules un

aspect qui fasse éclater aux yeux leur analogie avec les équations de certains mouvements.

Si les formules auxquelles on a affaire peuvent être mises sous la forme imposée par Lagrange aux équations de la Dynamique, les choses iront au mieux. Aux grandeurs qui caractérisent le système physique soumis à l'expérience, on pourra faire correspondre les variables et les vitesses qui fixent la figure et le mouvement d'un certain système mécanique, de telle sorte que les lois qui président aux transformations des deux systèmes s'exprimeront par les mêmes équations. Les rouages du système mécanique expliqueront alors les propriétés du système physique.

Si, d'ailleurs, les formules qui condensent les lois des phénomènes expérimentalement étudiés ne se laissent point couler dans le moule creusé par Lagrange, la méthode analytique ne deviendra pas, pour cela, inefficace; pour assimiler ces formules aux équations de la Dynamique, elle supposera que le système renferme des masses inaperçues et des mouvements cachés; d'ailleurs, comme rien ne vient préciser et limiter la nature, le nombre, la complication de ces masses et de ces mouvements, il semble bien qu'aucune sorte de formules ne pourra être tenue pour irréductible aux équations de la Dynamique; quelles que soient ces formules, il est toujours permis d'espérer que l'on pourra les ramener aux lois de la Mécanique, soit exactement, soit avec telle approximation que l'on voudra.

Il y a plus : l'emploi de ces masses et de ces mouvements cachés permettra, si l'on veut, de supprimer toute force réelle, de ne laisser subsister

que les forces d'inertie et les forces de liaison; ici encore, l'indétermination absolue laissée aux masses et aux mouvements cachés nous assure qu'aucun géomètre n'arrêtera nos efforts vers la solution de ce problème en nous prouvant que cette solution ne peut être obtenue ni exactement, ni approximativement.

Que la méthode analytique se propose donc simplement de réduire l'explication des phénomènes physiques à une Mécanique où les notions de mouvement, de masse et de force sont tenues pour des notions premières; ou bien qu'elle se propose de donner cette explication sans faire appel à la notion de force, il n'est pas de loi d'origine expérimentale dont on puisse prouver qu'elle sera rebelle à une telle explication.

Dès lors, *pour le physicien, l'hypothèse que tous les phénomènes peuvent s'expliquer mécaniquement n'est ni vraie, ni fausse*; *elle n'a, pour lui, aucun sens.*

Expliquons cette proposition, qui pourrait sembler paradoxale.

Un seul critérium permet, en Physique, de rejeter comme faux un jugement qui n'implique pas contradiction logique : la constatation d'un désaccord flagrant entre ce jugement et les faits d'expérience. Lorsqu'un physicien affirme la vérité d'une proposition, il affirme que cette proposition a été comparée aux données de l'expérience ; que, parmi ces données, il s'en trouvait dont l'accord avec la proposition soumise à l'épreuve n'était pas nécessaire *a priori*; que, cependant, entre ces données et cette proposition, les écarts sont demeurés inférieurs aux erreurs d'expérience.

En vertu de ces principes, on n'énonce pas une proposition que la Physique puisse tenir pour erronée, en avançant que tous les phénomènes du monde inorganique peuvent s'expliquer mécaniquement; car l'expérience ne saurait nous faire connaître aucun phénomène qui soit sûrement irréductible aux lois de la Mécanique. Mais il n'est pas non plus légitime de dire que cette proposition est physiquement vraie; car l'impossibilité de l'acculer à une contradiction, formelle et insoluble, avec les résultats de l'observation est une conséquence logique de l'indétermination absolue qu'on laisse aux masses invisibles et aux mouvements cachés.

Ainsi, pour qui s'en tient aux procédés de la méthode expérimentale, il est impossible de déclarer vraie cette proposition : *Tous les phénomènes physiques s'expliquent mécaniquement.* Il est également impossible de la déclarer fausse. *Cette proposition est transcendante à la méthode physique.*

Si donc on veut sortir, à l'égard de cette proposition, d'un état d'esprit où toute décision demeure suspendue, on devra recourir à des raisons que ne connaît pas la méthode expérimentale.

Ces raisons pourront être de deux sortes; elles pourront consister en arguments tirés de la Métaphysique; elles pourront aussi, répudiant toute prétention philosophique, invoquer la commodité comme un motif de préférence.

C'est par des arguments métaphysiques que Descartes établit la réduction nécessaire de tous les phénomènes physiques à des « raisons de Méchanique »; c'est parce qu'il ne trouve dans la notion

de corps aucune idée claire, si ce n'est celles que les géomètres ont accoutumé d'y voir, qu'il fait de l'étendue en longueur, largeur et profondeur l'essence même de la matière ; c'est parce que la matière est essentiellement identique à l'espace dont traitent les géomètres, que l'on ne doit rien recevoir dans la saine Physique, si ce n'est diverses figures et divers mouvements ; il est évident que c'est même chose d'élever une livre à deux cents pieds de hauteur ou deux livres à cent pieds, et c'est sur cette évidence qu'est fondée toute la Statique ; l'immutabilité divine nous assure que le Créateur garde toujours dans son œuvre la même quantité de mouvement qu'il y a mise à l'origine, et cette conservation de la quantité de mouvement est le premier principe de la Dynamique.

La Dynamique de Descartes, tirée de raisons métaphysiques, s'accordait à peine avec les découvertes de Galilée touchant la chute des graves ; et bientôt Leibniz, substituant la conservation de la force vive à la conservation de la quantité de mouvement, intitulait son raisonnement : *Demonstratio erroris memorabilis Cartesii.* Depuis la réfutation de cette erreur mémorable, je ne pense pas qu'aucun philosophe digne de ce nom ait tenté de tirer de la Métaphysique les principes premiers de la Mécanique ; il est clair pour tous que l'expérience seule, par son contrôle, garantit la valeur de ces principes ; la Métaphysique, qui se reconnaît incapable de les justifier, ne saurait dire si leur empire est borné aux seuls mouvements sensibles ou s'il s'étend à l'ensemble des phénomènes physiques.

Ainsi la méthode métaphysique, pas plus que la méthode physique, ne peut répondre à cette question : Est-il vrai ou faux que tous les phénomènes physiques soient réductibles à des mouvements locaux soumis aux lois de la Dynamique ?

Force nous est donc de renoncer à la question ainsi formulée, qui ne comporte pas de réponse, et de lui substituer cette autre question : Est-il commode à celui qui veut exposer la Physique, est-il utile à celui qui veut l'accroître, de réduire tous les phénomènes physiques à des mouvements, de ramener toutes les lois physiques aux équations de la Mécanique?

Sous cette forme nouvelle, la question perd le caractère absolu qu'elle avait jusqu'ici; il est clair maintenant que des physiciens différents pourront lui donner des réponses différentes, sans que la seule logique ait le pouvoir de réduire aucun d'entre eux au silence.

Le degré de commodité d'une méthode, en effet, est essentiellement affaire d'appréciation personnelle; la tournure particulière de chaque esprit, l'éducation qu'il a reçue, les traditions dont il est imprégné, les usages du milieu dans lequel il vit influent à un haut degré sur cette appréciation; d'un physicien à l'autre, ces influences varient extrêmement; aussi l'un pourra-t-il priser comme infiniment élégante et aisée une exposition de la Physique que l'autre jugera tout à fait lourde et mal commode.

Lorsqu'on examine l'attitude des divers esprits à l'égard des théories physiques, on peut les classer

en deux grandes catégories : la catégorie des *abstraits* et la catégorie des *imaginatifs*.

Les *esprits abstraits* se contentent de considérer des grandeurs nettements définies, fournies par des procédés de mesure déterminés, susceptibles d'entrer, suivant des règles fixes, dans des raisonnements rigoureux et dans des calculs précis; il leur importe peu que ces grandeurs ne se puissent imaginer. Ils sont satisfaits, par exemple, s'ils ont défini un thermomètre qui, à chaque intensité de chaleur, fait correspondre un degré déterminé de température; s'ils connaissent la forme des équations qui relient cette température aux autres propriétés mesurables des corps, à la densité, à la pression, à la chaleur de fusion, à la chaleur de vaporisation. Ils n'exigent nullement que cette température se réduise à la force vive d'un mouvement imaginable animant des molécules dont la figure se pourrait dessiner. Pourvu que les lois de la Physique se laissent condenser en un certain nombre de jugements abstraits exprimables en formules mathématiques, ils consentent volontiers à ce que ces jugements portent sur certaines idées étrangères à la Géométrie. Que le monde physique ne soit pas susceptible d'une explication mécanique, ils s'y résignent sans peine.

Les *imaginatifs* ont de tout autres exigences. Pour eux, « l'esprit humain [1], en observant les phénomènes naturels, y reconnaît, à côté de beaucoup d'éléments confus qu'il ne parvient pas à

1. J. BOUSSINESQ : *Leçons synthétiques de Mécanique générale*, p. 1; Paris, 1889.

débrouiller, un élément clair, susceptible par sa précision d'être l'objet de connaissances vraiment scientifiques. C'est l'élément géométrique, tenant à la localisation des objets dans l'espace, et qui permet de se les représenter, de les dessiner ou de les construire d'une manière au moins idéale. Il est constitué par les dimensions et les formes des corps ou des systèmes de corps, par ce qu'on appelle, en un mot, leur *configuration* à un moment donné. Ces formes, ces configurations, dont les parties mesurables sont des distances ou des angles, tantôt se conservent, du moins à peu près, pendant un certain temps et paraissent même se maintenir dans les mêmes régions de l'espace pour constituer ce qu'on appelle le *repos*, tantôt changent sans cesse, mais avec continuité, et leurs changements de lieu sont ce qu'on appelle le *mouvement local*, ou simplement le mouvement ».

Ces configurations diverses des corps, leurs changements d'un instant à l'autre, sont les seuls éléments que le géomètre puisse dessiner; ce sont aussi les seuls que l'imaginatif puisse se représenter clairement; ce sont donc, selon lui, les seuls qui doivent être objets de science. Une théorie physique ne sera constituée que lorsqu'elle aura ramené l'étude d'un groupe de phénomènes à la description de telles figures, de tels mouvements locaux. « Jusqu'ici la science [1], considérée dans sa partie édifiée ou susceptible de l'être, a grandi en allant d'Aristote à Descartes et à Newton, des idées

1. J. Boussinesq : *Théorie analytique de la Chaleur*, t. I, p. xv; 1901.

de *qualités* ou de *changements* d'état, qui ne se dessinent pas, à l'idée de *formes* ou de *mouvements* locaux qui se dessinent ou se voient. »

Le physicien imaginatif ne se tiendra donc point pour satisfait tant qu'il n'aura pas remplacé les qualités diverses des corps, accessibles seulement à la conception abstraite et à la représentation numérique, par des combinaisons de figures saisissables à l'intuition géométrique et susceptibles d'être dessinées.

Les théories qui ont été proposées jusqu'ici pour expliquer mécaniquement les phénomènes physiques vont-elles fournir à son imagination les représentations figurées hors desquelles, pour lui, il n'y a point de clarté?

Oui, assurément, s'il s'agit des anciennes théories mécaniques formées par voie synthétique. A la base même d'une telle théorie se trouvent des hypothèses déterminées sur la figure des atomes et des molécules, sur leur grandeur, sur leur agencement; il suffit d'ouvrir un livre où se trouve exposée une telle explication, que ce livre porte le nom de Descartes ou celui de Maxwell, pour y trouver des dessins figurant l'aspect qu'offrirait la texture des corps à un regard d'une suffisante pénétration.

Mais la valeur explicative des théories mécaniques formées par synthèse paraît, aujourd'hui, bien douteuse. Trop clairement, il apparaît que chacune d'elles est propre, tout au plus, à représenter un fragment minuscule de la Physique; que ces représentations parcellaires ne se laissent pas souder les unes aux autres pour former une expli-

cation cohérente et logique de l'Univers inanimé. On recourt alors à la méthode analytique; on groupe en un ensemble de formules mathématiques les lois auxquelles obéissent les qualités corporelles et leurs changements, et l'on s'efforce de prouver que cet ensemble de formules n'est pas incompatible avec une explication mécanique des phénomènes physiques.

Ce procédé — qui ne s'en rend compte? — ne fournit plus aucun aliment à l'imagination, avide de seconder la raison, sinon de la primer, dans l'intelligence des phénomènes physiques; il ne satisfait plus aux désirs de celui qui, sous les qualités et leurs changements, veut saisir quelque chose qui se dessine ou qui se voie.

En premier lieu, cette méthode analytique assure bien que les lois physiques établies ne sont pas incompatibles avec une explication mécanique, mais elle ne nous fait pas connaître d'une manière explicite le détail de cette explication ; elle nous affirme « en gros que cela se fait par figure et mouvement », mais elle ne nous dit pas par quelles figures ni par quels mouvements, elle ne « compose pas la machine »; elle n'indique même pas comment on la pourrait composer; elle ne donne aucun procédé pour tirer de l'analyse des équations qu'elle étudie le plan d'un mécanisme capable de marcher d'accord avec ces équations. Comment des masses et des mouvements qui demeurent *cachés* seraient-ils mieux accueillis par les imaginatifs que les puissances *occultes* de l'ancienne Scolastique?

En second lieu, la méthode analytique met

en évidence cette vérité : Si l'on peut composer une machine capable d'expliquer un ensemble de lois physiques, on peut en composer une infinité d'autres qui expliqueront tout aussi exactement le même ensemble de lois. « Si donc un phénomène comporte une explication mécanique complète [1], il en comportera une infinité d'autres qui rendront également bien compte de toutes les particularités révélées par l'expérience ». Entre toutes ces explications équivalentes entre elles, partant également acceptables pour un esprit abstrait, l'esprit du physicien imaginatif flottera, hésitant, cherchant pour se décider un argument convainquant qu'il ne pourra jamais découvrir, et trouvant seulement, pour guider son choix, des motifs qui n'ont rien de général ni d'absolu.

Enfin, si la méthode analytique assure que l'ensemble des phénomènes physiques est susceptible d'une explication mécanique, elle laisse entrevoir aussi et surtout que cette explication, pour être complète, devrait invoquer une prodigieuse multitude de masses invisibles, une infinie complexité de mouvements cachés; et l'on devine que l'imagination la plus puissante, bien loin de se figurer nettement le mécanisme du monde, s'égarerait affolée dans un semblable chaos.

Donc la méthode analytique qui, seule, semble capable de fournir, des lois de la Physique, une explication mécanique logiquement constituée, paraît hors d'état de satisfaire aux exigences des

1. H. Poincaré : *Électricité et Optique*, t. I, Introduction p. xiv; Paris, 1890.

physiciens imaginatifs, c'est-à-dire de ceux-là mêmes qui requièrent une interprétation mécanique des phénomènes.

Si ces physiciens veulent à tout prix se figurer les qualités des corps sous des formes accessibles à l'intuition géométrique, sous des figures assez simples pour être peintes en un tableau clairement visible aux yeux de l'imagination, ils devront renoncer à l'espoir de réunir toutes ces représentations en un système cohérent, en une science logiquement ordonnée. Il faudra « que chacun choisisse[1] une manière de raisonner sur le monde, qui soit juste autant que possible... et surtout qui soit *rapide*, *intuitive* et *féconde* ».

Beaucoup se résignent. Ils renoncent à classer les diverses lois naturelles actuellement connues en une suite dont tous les termes s'enchaînent les uns aux autres avec un ordre irréprochable et une rigueur parfaite; ils préfèrent feindre des mécanismes dont le jeu simule plus ou moins exactement les phénomènes déjà découverts et, parfois, en fasse soupçonner de nouveaux. Ils reviennent alors à la méthode synthétique, mais sans lui demander la Physique une et coordonnée qu'elle ne peut fournir. A chaque catégorie de phénomènes, ils font correspondre un agencement de figures et de mouvements qui en soit l'imitation plus ou moins heureuse ou, selon le mot des physiciens anglais[2],

1. M. Brillouin *Pour la matière* (*Revue gén. des Sciences*, t. VI, p. 1034, 1895).

2. Touchant l'emploi constant que les Anglais font du *modèle* pour *illustrer* les théories physiques, voir l'article sur l'*Ecole anglaise et les théories physiques* que nous avons

le *modèle*. Ce modèle, ils le composent d'organes aussi concrets, aussi accessibles aux sens et à l'imagination qu'il se peut; W. Thomson n'hésite pas à faire entrer dans ses constructions schématiques des *ficelles* et des *renvois de sonnette*; il ne s'agit plus, en effet, de concevoir un mécanisme qui puisse être regardé comme l'expression de la réalité, comme le reflet du *quid proprium* des choses matérielles; à un esprit auquel échappe l'abstraction pure, il s'agit de prêter le secours d'objets qui se touchent et qui se voient, qui se sculptent et qui se dessinent.

Non seulement les éléments qui composent un modèle doivent être aisés à imaginer et, pour cela, ressembler autant que possible aux corps que nous voyons et que nous manions tous les jours, mais encore ces éléments doivent être peu nombreux; les agencements par lesquels ils sont combinés doivent être relativement simples. Cette simplicité, faute de laquelle il cesserait d'être utile, interdit au modèle la prétention de représenter un ensemble étendu de lois naturelles; l'usage d'un modèle déterminé est forcément très restreint; chaque chapitre de la Physique exige la construction d'un mécanisme nouveau, sans lien avec le mécanisme qui a servi à *illustrer* le chapitre précédent.

Réduite à illustrer par des modèles chaque groupe de phénomènes, la Physique mécanique peut demeurer, pour certains esprits, une aide précieuse, sans laquelle les lois, formulées en pro-

publié dans la *Revue des Questions scientifiques* (2e série, t. II, 1893).

positions abstraites, leur seraient moins aisément et moins pleinement accessibles; elle peut exciter la curiosité de plusieurs, et, par voie d'analogie, leur suggérer des découvertes — tel le modèle électro-optique de M. Lorentz conduisant M. Zeemann à reconnaître l'action d'un champ magnétique sur les raies du spectre. L'emploi de modèles peut même devenir indispensable à certains géomètres dont la faculté d'abstraire est moins puissante que l'imagination; et, parmi ceux-ci, on doit compter quelques-uns des plus grands physiciens de ce temps, qui souscriraient à ces paroles de W. Thomson : « Il me semble [1] que le vrai sens de la question : Comprenons-nous ou ne comprenons-nous pas un sujet particulier en Physique? est celui-ci : Pouvons-nous faire un modèle mécanique correspondant?... Je ne suis jamais satisfait [2], tant que je n'ai pas pu faire un modèle mécanique de l'objet; si je puis faire un modèle mécanique, je comprends; tant que je ne puis pas faire un modèle mécanique, je ne comprends pas. »

De telles exigences intellectuelles, une pareille identification entre les deux mots *comprendre* et *imaginer*, surprennent grandement, — j'oserais presque dire : scandalisent — ceux qui peuvent concevoir une idée abstraite sans le secours de représentations géométriques ou mécaniques; ceux-ci ne doivent pas, cependant, priver de ce secours ceux dont la nature d'esprit le réclame; ils ne peuvent que répéter les sages paroles de Helm-

1. W. Thomson *Lectures on molecular Dynamics*, p. 132.
2. W. Thomson : *Ibid.*, p. 270.

holtz[1] : « Les physiciens anglais, tels que Lord Kelvin (W. Thomson) lorsqu'il a formulé sa théorie des atomes-tourbillons, tels que Maxwell lorsqu'il a imaginé l'hypothèse d'un système de cellules dont le contenu est animé d'un mouvement de rotation, hypothèse qui sert de fondement à son essai d'explication mécanique de l'électromagnétisme, ont évidemment trouvé, dans de telles explications, une satisfaction plus vive que s'ils s'étaient contentés de la représentation très générale des faits et de leurs lois par le système d'équations différentielles de la Physique. Pour moi, je dois avouer que je demeure attaché jusqu'ici à ce dernier mode de représentation et que je m'en tiens plus assuré que de tout autre; mais je ne saurais élever aucune objection de principe contre une méthode suivie par d'aussi grands physiciens. »

Ces concessions atteignent, si elles ne la dépassent, l'extrême limite de ce que l'on peut accorder à l'emploi, en Physique, des modèles mécaniques. La légitimité de cet emploi est d'ordre purement pratique, et non pas d'ordre logique. Une suite de modèles disparates ne peut être regardée comme une théorie physique, car il lui manque ce qui est l'essence même d'une théorie, l'unité, qui enchaîne dans un ordre rigoureux les lois des divers groupes de phénomènes. *A fortiori*, ne peut-elle se donner comme une *explication* des faits qui s'observent dans le monde inorganique; elle peut offrir des analogies curieuses, intuitives, fécondes, entre les

1. H. von Helmholtz : Préface à l'ouvrage de H. Hertz : *Die Principien der Mechanik*, p. XXI.

lois de la Physique et le fonctionnement de certains mécanismes ; mais, selon un vieil adage, *comparaison n'est pas raison.*

Ceux donc qui se résignent à l'emploi de modèles mécaniques marquent nettement qu'ils renoncent à « concevoir la cause de tous les objets naturels par des raisons de Méchanique », soit qu'ils regardent une telle explication comme trop compliquée pour être maniable et féconde, soit même qu'ils aient cessé de la croire possible.

DEUXIÈME PARTIE

LES THÉORIES THERMODYNAMIQUES

CHAPITRE PREMIER

LA PHYSIQUE DE LA QUALITÉ

Tenter de réduire à la figure et au mouvement toutes les propriétés des corps semble une entreprise chimérique, soit parce qu'une telle réduction serait obtenue au prix de complications qui effraient l'imagination, soit même parce qu'elle serait en contradiction avec la nature des choses matérielles.

Nous voici donc obligés de recevoir en notre Physique autre chose que les éléments purement quantitatifs dont traite le géomètre, d'admettre que la matière a des *qualités*; au risque de nous entendre reprocher le retour aux *vertus occultes*, nous sommes contraints de regarder comme une qualité première et irréductible ce par quoi un

corps est chaud, ou éclairé, ou électrisé, ou aimanté; en un mot, renonçant aux tentatives sans cesse renouvelées depuis Descartes, il nous faut rattacher nos théories aux notions les plus essentielles de la Physique péripatéticienne.

Ce retour en arrière ne va-t-il pas compromettre tout le corps de doctrine élevé par les physiciens depuis qu'ils ont secoué le joug de l'École? Les méthodes les plus fécondes de la Science moderne ne vont-elles pas tomber en désuétude?

Convaincus que tout, dans la nature corporelle, se réduit à la figure et au mouvement tels que les conçoivent les géomètres, que tout y est purement quantitatif, les physiciens avaient introduit partout la mesure et le nombre; toute propriété des corps était devenue une grandeur; toute loi, une formule algébrique, toute théorie, un enchaînement de théorèmes. Admirable de précision, de rigueur, de majestueuse unité, la Physique était la « Mathématique universelle » rêvée par Descartes. Cette forme parfaite, à la fois si commode et si belle, nous la faudra-t-il briser? Devrons-nous repousser le secours merveilleusement puissant que l'emploi des symboles numériques fournissait à nos déductions? Nous résignerons-nous aux discours vagues, aux querelles confuses et enténébrées qui constituaient la science de la Nature avant que les savants ne fissent usage du langage algébrique? Affronterons-nous derechef les sarcasmes qui ont discrédité la Cosmologie de l'École? A un pareil recul, nul physicien ne consentirait.

Un tel sacrifice n'est point nécessaire. L'abandon des explications mécaniques n'a nullement pour

conséquence l'abandon de la Physique mathématique.

Le nombre, on le sait de reste, peut servir à représenter les divers états d'une grandeur qui est susceptible d'addition ; le passage de la grandeur au nombre qui la représente constitue proprement la *mesure*. Mais le nombre peut aussi servir à repérer les intensités diverses d'une qualité. Cette extension de la notion de mesure, cet emploi du nombre comme symbole d'une chose qui n'est pas quantitative, eût sans doute étonné et scandalisé les péripatéticiens de l'Antiquité. Là est le progrès le plus certain, la conquête la plus durable que nous devions aux physiciens du XVII[e] siècle et à leurs continuateurs; en leur tentative pour substituer partout la quantité à la qualité, ils ont échoué ; mais leurs efforts n'ont pas été vains, car ils ont établi cette vérité, d'un prix inestimable : *Il est possible de discourir des qualités physiques dans le langage de l'Algèbre.*

Un exemple nous montrera comment s'effectue ce passage de la qualité au nombre.

La sensation de chaleur que nous éprouvons en touchant les diverses parties d'un corps nous fait percevoir une qualité de ce corps; c'est ce que nous exprimons en disant que ce corps est chaud. Deux corps différents peuvent être également chauds; ils possèdent avec une même intensité la qualité considérée. De deux corps, l'un peut être plus chaud que l'autre ; le premier possède la qualité considérée avec plus d'intensité que le second.

Sans creuser plus avant la nature de la qualité qu'exprime l'adjectif *chaud*, sans tenter surtout de

la résoudre en éléments quantitatifs, nous pouvons fort bien concevoir qu'on fasse correspondre un nombre à chacun de ses états, à chacune de ses intensités ; que deux corps également chauds soient caractérisés par le même nombre ; que, de deux corps inégalement chauds, le plus chaud soit caractérisé par le plus grand nombre ; les nombres ainsi choisis seront des *degrés de température*.

Ces simples indications nous montrent déjà comment, au lieu de discourir du *chaud* en langage ordinaire, on pourra appliquer aux *degrés de température* les symboles de l'Algèbre ; au lieu de dire qu'un corps est aussi chaud, plus chaud ou moins chaud qu'un autre, on écrira que le degré de température de celui-là est égal, supérieur ou inférieur au degré de température de celui-ci.

On comprend dès maintenant qu'une théorie où il sera traité du *chaud* pourra se présenter non plus sous la forme d'un exposé philosophique, à la manière de ces dissertations scolastiques où la confusion et l'obscurité se glissaient si aisément, mais sous la forme d'une suite d'équations ou d'inégalités algébriques, offrant le plus haut degré de clarté et de précision que puisse atteindre l'esprit humain.

Il ne suffit pas que l'emploi des signes de l'Algèbre nous permette de traiter du chaud avec clarté et précision, mais d'une manière abstraite et générale ; il faut encore que nous assurions le passage de nos propositions abstraites et générales aux vérités concrètes et particulières, que nous puissions comparer les conséquences de nos théories aux données de l'expérience ; car le contrôle

des faits constitue, pour une théorie physique, l'unique criterium de la vérité.

Ce passage de l'abstrait au concret, du général au particulier serait impossible si nous savions seulement qu'à chaque intensité de chaleur d'un corps on peut faire correspondre un degré de température et que ce degré s'élève lorsque cette intensité croît. Il faut encore qu'une règle pratique nous fournisse la valeur numérique du degré de température d'un corps effectivement donné, qu'un certain *instrument*, mis en rapport d'une manière déterminée avec le corps dont nous voulons connaître le degré de température, nous marque ce degré. Les formules mathématiques où figure la lettre T, symbole de la température, ne prennent un sens physique que par le choix d'un *thermomètre*.

L'emploi du thermomètre choisi est soumis à certaines règles, assujetti à certaines conditions; il exige, par exemple, que la température du corps en expérience soit uniforme, qu'elle demeure constante pendant un certain temps, qu'elle ne soit ni trop haute, ni trop basse. Les indications d'un thermomètre, si parfait qu'on le suppose, ne sont pas exactes, mais approchées; à deux intensités de chaleur différentes, mais trop voisines, cet instrument ne fait pas correspondre deux indications discernables; à une intensité de chaleur donnée, il ne fait pas correspondre un degré de température unique, mais tous les degrés de température que comprennent entre elles deux certaines limites dont l'intervalle échappe à nos moyens d'observation.

On ne pourra donc pas, à l'aide du thermomètre, comparer à l'expérience toutes les conséquences de

la théorie, mais seulement certaines d'entre elles; ainsi, celles qui ont trait à des températures variables d'un point à l'autre ou d'un instant à l'autre, celles qui concernent des corps trop chauds ou trop froids demeureront sans contrôle direct. Dans les cas mêmes où la comparaison sera possible, elle n'aura pas une absolue rigueur; son exactitude sera limitée et dépendra du degré de précision du thermomètre. Néanmoins, cet instrument permettra de passer des propositions abstraites et générales que formule la théorie aux jugements concrets et particuliers que fournit l'expérience; ce passage sera possible dans des cas d'autant plus étendus que l'on aura rendu plus larges les conditions où l'emploi du thermomètre est légitime; ce passage se fera avec d'autant plus de sûreté que le thermomètre sera plus précis. Par la définition et l'emploi d'un instrument, la théorie prend un sens physique; elle devient vérifiable et utilisable.

Ce que nous venons de dire touchant la qualité qui consiste à *être chaud* et touchant sa représentation symbolique par un nombre, le *degré de température*, peut se répéter, *mutatis mutandis*, de toutes les qualités qui sollicitent l'attention du physicien : de l'électrisation, de l'aimantation, de la polarisation diélectrique, de l'éclairement[1]. L'analyse des faits d'expérience nous amène à concevoir la notion abstraite d'une qualité plus ou moins

1. Au sujet de la représentation de la qualité que signifient les mots *être éclairé* au moyen de symboles mathématiques propres à édifier une théorie de la lumière, nous renverrons le lecteur à nos *Fragments d'un cours d'Optique* (*Ann. de la Soc. Scient. de Bruxelles*, tt. XVIII, XIX et XX, 1894-1896).

intense; à cette qualité, nous faisons correspondre un symbole numérique dont la valeur est d'autant plus grande que la qualité est plus intense; cette correspondance, dont la possibilité est affirmée d'une manière entièrement générale, se trouve pratiquement assurée, dans des cas étendus, par l'emploi d'un instrument; cet instrument détermine approximativement la valeur numérique du symbole qui correspond à une qualité donnée en fait. Faute d'un *procédé de mesure*, la définition de la grandeur physique qui symbolise une qualité serait incomplète et dénuée de sens; seul ce procédé assure le passage de la formule algébrique, générale et abstraite par laquelle s'exprime une loi de Physique théorique, au fait qualitatif, particulier et concret auquel on veut appliquer cette loi.

Ces principes ont été, il y a un demi-siècle déjà, esquissés par Rankine[1], en quelques pages trop peu connues; ils mettent à nu la véritable structure de cette science étrange qu'est la Physique, *science expérimentale des qualités corporelles* et, cependant, *science qui se développe en une suite de calculs algébriques*.

Les géomètres de la Renaissance scientifique ne reprochaient pas seulement à la Physique de l'École son manque de précision, qu'eût évité l'emploi du langage algébrique; ils lui reprochaient aussi et surtout de créer autant de vertus occultes, de formes substantielles, de sympathies et d'antipathies qu'il se rencontrait de par le monde d'effets à expliquer;

1. J. Macquorn Rankine *Outlines of the Science of Energetics* (*Glasgow Philosophical Society Proceedings*, vol. III, n° 6, 2 mai 1855, *Miscellaneous Scientific Papers*, p. 209).

ils l'accusaient ainsi de dégénérer en un verbiage dont la forme boursouflée excitait la vanité des pédants et l'admiration des sots, mais dont le fond, creux et vide, ne fournissait aucun aliment à la curiosité des esprits justes et réfléchis. Ce reproche, il ne faut pas que la Physique nouvelle le puisse mériter.

La Physique réduira donc la théorie des phénomènes que présente la Nature inanimée à la considération d'un certain nombre de qualités; mais ce nombre, elle cherchera à le rendre aussi petit que possible. Chaque fois qu'un effet nouveau se présentera, elle tentera de toutes manières de le ramener aux qualités déjà définies; c'est seulement après avoir reconnu l'impossibilité de cette réduction qu'elle se résignera à admettre dans ses théories une qualité nouvelle, à introduire dans ses équations une nouvelle espèce de variables. Ainsi, le chimiste qui découvre un corps nouveau s'efforce de le décomposer en quelques-uns des éléments déjà connus; c'est seulement lorsqu'il a épuisé en vain tous les moyens d'analyse dont disposent les laboratoires qu'il se décide à ajouter un nom à la liste des corps simples.

Le nom de *simple* n'est pas donné à une substance chimique en vertu d'un raisonnement métaphysique prouvant qu'elle est indécomposable par nature; il lui est donné en vertu d'un fait, parce qu'elle a résisté à tous les essais de décomposition. Cette épithète est un aveu d'impuissance; elle n'a rien de définitif ni d'irrévocable; un corps, simple aujourd'hui, cessera de l'être demain si quelque chimiste, plus heureux que ses devanciers, parvient

à le dissocier; la potasse et la soude, corps simples pour Lavoisier, furent corps composés à partir des travaux de Davy. Ainsi en est-il des qualités premières que nous admettons en Physique. En les nommant *premières*, nous ne préjugeons pas qu'elles soient irréductibles par nature; nous avouons simplement que nous ne savons pas les réduire à des qualités plus simples; mais cette réduction, que nous ne pouvons effectuer aujourd'hui, sera peut-être demain un fait accompli. L'*éclairement*, par exemple, se présente au début de l'Optique comme une qualité première; le jour, prochain peut-être, où la théorie électromagnétique de la lumière triomphera définitivement, l'éclairement sera ramené aux changements rapides d'une autre qualité, de la polarisation diélectrique; il perdra son rang de qualité première.

Le nombre des qualités premières reçues en Physique doit être aussi faible que le comportent nos connaissances actuelles, comme le nombre des corps simples admis en Chimie est le plus petit possible, étant donnés nos moyens d'analyse. Ce dernier nombre n'en dépasse pas moins quatre-vingts, et il s'accroît sans cesse par la découverte de nouveaux éléments. On ne devra donc pas s'étonner si la liste des qualités premières est longue et si les trouvailles incessantes des physiciens l'allongent de temps à autre par l'appoint d'une qualité nouvelle.

Les théories de la Physique mécanique se posaient en explications du monde matériel; sous les apparences et les qualités que nous révèle l'expérience, elles prétendaient disséquer la structure

intime des corps et mettre à nu la raison dernière de leurs propriétés. Il va de soi que la Physique nouvelle ne saurait avoir semblables prétentions. Lorsqu'elle range une certaine propriété au nombre des qualités premières, elle fait acte de modestie; elle ne prétend pas expliquer, elle avoue son impuissance à expliquer. En substituant un symbole numérique à une qualité révélée par l'expérience, elle n'ajoute pas un enseignement nouveau aux enseignements de l'expérience; de même, en exprimant une idée, le langage n'enrichit pas le contenu de cette idée; les calculs auxquels on pourra soumettre le degré de température ne nous apprendront, touchant la nature intime de la qualité représentée par ce degré, rien que ne nous enseigne l'étude attentive de nos sensations ou des données de l'observation. La Physique mathématique nouvelle ne se pique pas de pénétrer, dans la connaissance des qualités corporelles, au-dessous de ce que nous révèle l'analyse des faits d'expérience; bref, elle est une *Physique*; elle n'est pas une *Philosophie de la Nature*, une *Cosmologie*, une branche de la *Métaphysique*.

Si la Physique théorique renonce à donner une explication du monde matériel, quels seront donc son rôle et son objet? Les formules qu'elle substitue aux lois expérimentales exprimeront ces lois d'une manière extrêmement précise et détaillée; les indications des instruments permettront, dans chaque cas particulier, de remplacer les lettres qui figurent dans une telle formule par les valeurs numériques qui conviennent aux propriétés des corps concrets étudiés; cette substitution effectuée, l'ap-

plication de la loi générale au cas particulier se fera avec une rigueur et une minutie que limite seulement le degré d'exactitude des instruments ; enfin, ces formules seront comme condensées en un petit nombre de principes très généraux, d'où on les pourra tirer par les déductions de l'Analyse et les calculs de l'Algèbre; l'ordre logique dans lequel seront alors classées nos connaissances de Physique en fera un système d'un usage aisé et sûr; il permettra au physicien de trouver rapidement, sans erreur et sans omission, toutes les lois don dépend la solution d'un problème donné.

Nos sens perçoivent seulement la surface des choses; cette surface recouvre un fond qui, sans doute, nous demeurera toujours inconnu ; que, probablement, nous ne pourrions comprendre si quelque intelligence supérieure voulait nous le révéler, ni exprimer si, l'ayant compris, nous voulions le faire connaître à nos semblables; enfin, qui nous serait peut-être inutilisable si nous le concevions, car nos moyens d'action, coordonnés à nos moyens de connaître, ne nous permettent pas plus de modifier l'essence des corps que de la comprendre. Ce fond des choses, la Physique nouvelle n'aura plus pour objet de nous le découvrir; son but sera plus modeste et, en même temps, plus pratique. Ce but sera d'aider notre activité à s'emparer du monde de la matière, à le modifier, à l'asservir à nos besoins; il consistera à rendre plus robustes ou plus délicats les outils par lesquels nous pouvons façonner les corps, à diversifier ces outils afin que chacun d'eux soit mieux adapté à son objet, enfin à les classer méthodiquement, afin

que la main du physicien saisisse à chaque instant, sans tâtonnement et sans délai, celui qui convient à sa tâche.

CHAPITRE II

DE LA COMPARAISON ENTRE LA THÉORIE ET L'EXPÉRIENCE, ET DE LA MODIFICATION VIRTUELLE

Trois domaines distincts sont simultanément présents à l'esprit du physicien.

Le premier est le *domaine des faits d'expérience;* ces faits, produits dans le monde extérieur, sont constatés par les sens du physicien; sa faculté de généraliser et d'induire en reconnaît les lois.

Le second est le *domaine de la théorie*; c'est un ensemble de grandeurs et de symboles dont les propriétés algébriques ont été définies et qui se trouvent engagées dans un système de propositions et de formules logiquement déduites d'un petit nombre de postulats fondamentaux.

Le domaine de la théorie a pour objet d'offrir une description symbolique, un *schéma* aussi étendu, aussi complet et aussi détaillé que possible, du domaine des faits d'expérience. Pour que la théorie ne soit pas un langage dénué de sens, un

pur jeu de formules, il faut qu'une clé fasse correspondre le symbole à la réalité, le signe à la chose signifiée; il faut que l'on puisse traduire les formules théoriques en faits d'expérience. L'étude de cette clé ressortit au troisième domaine dont la connaissance s'impose au physicien, au *domaine des instruments et des procédés de mesure.*

Sur les rapports de ces trois domaines, que de remarques importantes seraient à faire[1]! Nous n'en indiquerons qu'un petit nombre, choisissant celles qui sont essentielles à l'intelligence de la nouvelle Mécanique.

Ces remarques concernent des lois qui président au développement d'une théorie exacte.

Les matériaux avec lesquels cette théorie se construit sont, d'un côté, les symboles mathématiques qui lui servent à représenter les diverses quantités et les diverses qualités du monde physique; de l'autre côté, les postulats généraux qui lui servent de principes. Avec ces matériaux, elle doit se constituer en édifice logique; elle est donc tenue de respecter scrupuleusement les lois que la Logique impose à tout raisonnement déductif, les règles que l'Algèbre prescrit à toute opération mathématique.

Les symboles mathématiques dont use la théorie n'ont de sens que dans des conditions bien déterminées; définir ces symboles, c'est énumérer ces conditions. Hors de ces conditions, jamais la théorie ne fera usage de ces signes. Ainsi, par défini-

1. P. DUHEM : *Quelques réflexions au sujet de la Physique expérimentale* (*Revue des Questions scientifiques*, 2e série, t. III, 1894).

tion, une température absolue ne peut être que positive, la masse d'un corps est invariable; jamais, dans ses formules, elle ne donnera à la température absolue une valeur nulle ou négative; jamais, dans ses calculs, elle ne fera varier la masse d'un corps déterminé.

La théorie a pour principes des *postulats*, c'est-à-dire des propositions qu'il lui est loisible d'énoncer comme il lui plaît, pourvu qu'il n'y ait contradiction ni entre les termes d'une même proposition, ni entre deux propositions distinctes. Mais, une fois ces postulats posés, elle est tenue de les garder avec une jalouse rigueur. Si, par exemple, elle a mis le principe de la conservation de l'énergie à la base de ses raisonnements, elle doit s'interdire toute affirmation en désaccord avec ce principe.

Ces règles s'imposent de tout leur poids à une théorie physique qui se construit; un seul manquement la rendrait absurde et nous contraindrait de la rejeter; mais elles s'imposent seules. AU COURS DE SON DÉVELOPPEMENT, *une théorie physique est libre de choisir la voie qui lui plaît, pourvu qu'elle évite toute contradiction logique*; *en particulier, elle n'a à tenir aucun compte des faits d'expérience.*

Il n'en est plus de même LORSQUE LA THÉORIE A ATTEINT SON ENTIER DÉVELOPPEMENT. Lorsque l'édifice est parvenu au faîte, il devient nécessaire de comparer à l'ensemble des faits d'expérience l'ensemble des propositions obtenues comme conclusions de ces longues déductions; il faut s'assurer, moyennant l'emploi des procédés de mesure adop-

tés, que le premier ensemble trouve dans le second une image suffisamment ressemblante, un symbole suffisamment précis et complet. Si cet accord entre les conclusions de la théorie et les faits d'expérience ne se manifestait pas avec une approximation satisfaisante, la théorie pourrait bien être logiquement construite; elle n'en devrait pas moins être rejetée parce qu'elle serait contredite par l'observation, parce qu'elle serait *physiquement* fausse.

Cette comparaison entre les conclusions de la théorie et les faits d'expérience est donc indispensable, puisque, seul, le contrôle de l'observation peut donner à la théorie une valeur physique; mais ce contrôle doit frapper exclusivement les conclusions de la théorie, car, seules, elles prétendent être une image de la réalité; les postulats qui servent de point de départ à la théorie, les intermédiaires par lesquels on passe des postulats aux conclusions n'ont pas à lui être soumis.

Lors donc qu'au cours des déductions par lesquelles la théorie se déroule, on soumet à des opérations algébriques et à des calculs les grandeurs sur lesquelles porte la théorie, on n'a pas à se demander si ces opérations, si ces calculs *ont un sens physique*; pour parler plus explicitement, on n'a pas à se demander si l'emploi des procédés de mesure permettrait de les traduire en langage concret et si, ainsi traduits, ils correspondraient a des faits réels ou possibles. Se poser une semblable question serait concevoir une notion tout à fait erronée de la structure d'une théorie physique.

Nous touchons ici à un principe si essentiel et,

en même temps, si délié à apercevoir qu'on nous permettra d'insister et d'expliquer notre pensée par un exemple.

M. J. Willard Gibbs a étudié théoriquement la dissociation d'un composé gazeux parfait en ses éléments, regardés également comme des gaz parfaits. Une formule a été obtenue, qui exprime la loi de l'équilibre chimique au sein d'un tel système. Je me propose de discuter cette formule. Dans ce but, laissant invariable la pression que supporte le mélange gazeux, je considère la température absolue qui figure dans la formule et je la fais varier de 0 à $+\infty$.

Si, à cette opération mathématique, on veut attribuer un sens physique, on verra se dresser en foule les objections et les difficultés. Aucun thermomètre ne peut faire connaître les températures inférieures à une certaine limite, aucun ne peut déterminer les températures suffisamment élevées; ce symbole que nous nommons *température absolue* ne peut, par les procédés de mesure dont nous disposons, être traduit en quelque chose qui ait un sens concret, à moins que sa valeur numérique ne demeure comprise entre un certain minimum et un certain maximum. D'ailleurs, aux températures suffisamment basses, ce symbole que la Thermodynamique nomme un *gaz parfait* n'est plus l'image, même approchée, d'aucun gaz réel.

Ces difficultés, et bien d'autres qu'il serait trop long d'énumérer, s'évanouissent si l'on prend garde aux remarques que nous avons formulées. Dans la construction de la théorie, la discussion dont nous venons de parler n'est qu'un intermédiaire; il n'est

point juste de lui chercher un sens physique. C'est seulement lorsque cette discussion nous aura conduit à une série de propositions que nous aurons à soumettre ces propositions au contrôle des faits; alors nous examinerons si, entre les limites où la température absolue peut se traduire en indications thermométriques concrètes, où l'idée de gaz parfait est à peu près réalisée par les fluides que nous observons, les conclusions de notre discussion s'accordent avec les résultats des expériences.

Ces principes mettent en plein jour une notion qui jouera un rôle essentiel dans tout le développement de la Physique théorique, la notion de *modification virtuelle.*

Dans le schéma mathématique par lequel la Physique théorique se propose de figurer la réalité, le système matériel que l'on veut étudier est représenté par tout un cortège de grandeurs mathématiques qui en mesurent les divers éléments quantitatifs ou qui en repèrent les diverses qualités. Parmi ces grandeurs, il en est que leur définition même rend incapables d'aucune variation; ainsi, la masse d'un corps déterminé, la charge électrique d'un conducteur isolé ne sauraient varier. D'autres, au contraire, sont susceptibles de changer de valeur. Il en est dont les variations ne sont soumises à aucune restriction qui découle de leur définition; ainsi, sans contredire à la définition de l'intensité d'aimantation en un point d'un milieu magnétique, on peut attribuer à cette intensité toute grandeur et toute direction. Il en est aussi dont la capacité de varier est restreinte par certaines *conditions de liaison* qui découlent de leur

définition même. Ces conditions peuvent être des inégalités : au sein d'une masse d'eau susceptible de se congeler, mais qui ne contient aucun fragment de glace, la masse de glace peut croître, mais elle ne peut diminuer. Ces conditions peuvent aussi être des égalités : dans un système qui renferme du carbonate de calcium, de la chaux et du gaz carbonique, il y a un rapport invariable entre la masse de chaux et la masse de gaz carbonique qui peuvent apparaître simultanément ou disparaître simultanément

Imprimer aux grandeurs variables qui caractérisent l'état d'un système des changements infiniment petits permis par les conditions de liaison, c'est imposer au système matériel une modification virtuelle.

C'est donc produire une modification virtuelle que de changer infiniment peu la position des corps mobiles, la figure des corps déformables; mais c'est aussi produire une modification virtuelle que d'abaisser ou d'élever infiniment peu la température, de changer, dans une proportion infiniment petite, la grandeur et la direction de l'aimantation en chaque point d'une masse de fer, de modifier infiniment peu la distribution électrique sur un corps conducteur, de fondre une masse de glace élémentaire, de congeler, de vaporiser un élément de masse d'eau, de faire subir à un composé une dissociation infiniment petite, de produire la combinaison de quantités infiniment petites de deux corps.

L'emploi de ces modifications virtuelles est un artifice de raisonnement, un procédé de calcul; il

est donc inutile qu'une modification virtuelle ait un sens physique. Je prends, sous une pression donnée et à une température donnée, un mélange d'oxygène, d'hydrogène et de vapeur d'eau. Par ces mêmes mots, je puis entendre deux choses bien distinctes : Je puis entendre, en premier lieu, un mélange concret de trois fluides réels, enfermé dans un certain récipient de verre ou de porcelaine, en relation avec un manomètre sorti des vitrines du laboratoire, chauffé par des becs de gaz ou par un fourneau à réverbère. Je puis entendre, en second lieu, un système schématique de symboles et de grandeurs, figure du système concret ; en ce système schématique, l'oxygène, l'hydrogène, la vapeur d'eau ne sont plus des fluides incolores, inodores, contenus dans un récipient, mais des groupes de lettres O, H, H^2O, accompagnés d'un cortège de nombres qui représentent leurs poids moleculaires, leurs masses, leurs densités, la température du système, la pression qu'il supporte, etc. Peut-être qu'au sein du système concret, pris dans les conditions expérimentales que figurent certaines valeurs de la température, de la pression, certaine composition du mélange gazeux, l'eau est indécomposable par tous les moyens connus; je n'en ai pas moins le droit, au sein du système schématique, de faire décroître la valeur numérique de la masse attribuée au symbole H^2O et de faire croître en proportion les valeurs numériques des masses attribuées aux symboles H et O; l'opération n'a aucun sens physique ; mais elle ne contredit pas aux notions abstraites des symboles H, O, H^2O,

aux définitions des diverses grandeurs qui les caractérisent; elle constitue une modification virtuelle.

CHAPITRE III

ÉQUILIBRE ET MOUVEMENT

La notion de modification virtuelle était à la base de la Mécanique de Lagrange comme elle est à la base de la nouvelle Mécanique, mais combien plus générale en celle-ci qu'en celle-là ! Les seuls changements virtuels que connût la Mécanique de Lagrange étaient les changements de figure et de position des diverses parties du système ; bien d'autres changements sont considérés par la Mécanique nouvelle.

Une extension égale à celle qu'a prise la notion de modification virtuelle affecte la notion de modification réelle ou, comme nous dirons désormais, de *mouvement*.

Le seul mouvement que connût l'ancienne Mécanique était le mouvement par lequel un corps occupe des lieux différents à des instants différents, le *mouvement local*, pour parler comme les philosophes péripatéticiens. La nouvelle Mécanique ne va pas se borner à étudier le mouvement local ; elle étudiera aussi d'autres sortes de mouvements

dont la variété rendra à l'idée de mouvement la vaste extension que lui reconnaissait Aristote[1].

Sans doute, elle traitera du mouvement local, des changements de lieu et de figure. Mais elle traitera aussi des changements par lesquels les diverses qualités d'un corps augmentent ou diminuent d'intensité, par lesquels un corps s'échauffe ou se refroidit, s'aimante ou se désaimante. Elle traitera également de ces changements d'état physique par lesquels tout un ensemble de propriétés qualitatives ou quantitatives est anéanti pour faire place à un autre ensemble de propriétés toutes différentes; telles la fusion de la glace, la vaporisation de l'eau, la transformation du phosphore blanc en phosphore rouge. Ces changements seront, pour elle, des mouvements; la Scolastique les aurait nommés *mouvements d'altération*.

L'examen de tels mouvements n'emplira pas encore tout le domaine que la Mécanique nouvelle prétend soumettre à ses lois; elle entend aussi traiter des changements où un ensemble de substances disparaît pour laisser apparaître un autre ensemble de substances, de ces changements que les Péripatéticiens auraient considérés comme des *corruptions* et des *générations* et que nous nommons aujourd'hui des *reactions chimiques*. La Mécanique nouvelle ne se contente pas d'être une *Mécanique physique*, elle est encore une *Mécanique chimique*.

L'extension prise par l'idée de mouvement

1. Voir Première Partie, Chapitre I : *La Mécanique péripatéticienne*.

nécessite une égale extension de son contraire, l'idée d'*équilibre*. Un système en équilibre ne sera plus seulement un système qui n'éprouve aucun changement de configuration ni de position ; ce sera encore un système dont les diverses parties ne s'échauffent ni ne se refroidissent, sur lequel les distributions électrique et magnétique demeurent invariables, qui n'éprouve ni fusion, ni congélation, ni vaporisation, au sein duquel ne se produit aucune réaction chimique. Aussi parlera-t-on non seulement de l'équilibre de configuration, mais encore des équilibres thermique, électrique, magnétique, chimique. La notion d'équilibre ainsi généralisée sera l'objet de la *Statique* nouvelle.

De cette Mécanique, qui est l'étude de l'équilibre et du mouvement entendus au sens si large d'Aristote, nous avons défini l'esprit et délimité le champ ; à grands traits, nous allons en décrire le développement.

CHAPITRE IV

LA CONSERVATION DE L'ÉNERGIE

La nouvelle Mécanique est ordonnée, non pas à la contemplation spéculative et métaphysique de l'essence des choses, mais à la nécessité pratique d'agir sur les corps du monde extérieur et de les modifier selon nos besoins. Ce caractère s'affirme tout d'abord en la méthode qu'elle suit pour poser son premier principe, le *Principe de la Conservation de l'Énergie*.

Au sein d'un système matériel, nous pouvons, par nos efforts, produire une certaine modification ou aider à cette modification; nous pouvons déplacer un corps, le lancer avec une certaine vitesse, le déformer, le briser, le broyer; en le frottant, nous pouvons l'échauffer ou l'électriser. Nous pouvons, au contraire, employer nos efforts à mettre obstacle à la transformation que subit un système; nous pouvons arrêter un corps en mouvement, le ralentir, l'empêcher de se déformer. Nous disons alors que nous avons fait un certain ouvrage, *accompli une certaine œuvre*. Les intermédiaires psychiques et physiologiques par lesquels les

efforts de notre activité ont produit une modification dans le monde extérieur demeurent plus ou moins cachés à notre intelligence, mais l'effet qu'ont produit ces efforts est clairement perçu par nos sens.

L'expérience de chaque jour nous apprend qu'à notre action personnelle nous pouvons substituer un corps ou un assemblage de corps capable de produire ou d'aider la modification que nous produisons ou que nous aidons, d'entraver la modification que nous entravons. Ainsi, au cours des siècles, l'homme a substitué à son action, d'abord l'action de ses semblables, puis celle des animaux, puis celle de machines inanimées de plus en plus complexes. Au lieu de broyer lui-même le grain avec un pilon au fond d'un mortier, il a fait tourner la meule par des esclaves, puis par des animaux; ensuite, il a employé le moulin à vent ou à eau. Au lieu de hisser un fardeau à force de bras, il a attelé des bœufs à une corde enroulée sur un moufle, puis employé la grue à vapeur ou la grue hydraulique. Au lieu de lancer un projectile à la main, il a utilisé la tension d'une corde, puis l'explosion de la poudre.

L'objet premier de la Mécanique est précisément de connaître quels sont les divers corps qui peuvent être substitués à notre activité personnelle pour favoriser ou pour gêner une modification, quelles sont les machines qui peuvent remplacer les ouvriers pour l'exécution d'un certain ouvrage. L'œuvre que nous aurions dû accomplir si nous avions agi nous-même sur le système qui se transforme, nous la regardons comme accomplie par le

corps ou par l'ensemble de corps que nous avons substitué à nous-même ou à nos semblables.

Cette notion d'œuvre accomplie par les corps étrangers à un système pendant que ce système subit une certaine modification, nous la transportons même au cas où la modification subie par le système est d'une nature telle que notre action personnelle ne pourrait ni l'aider, ni l'entraver — telle une réaction chimique. L'œuvre accomplie par ces corps étrangers est censée représenter l'œuvre qu'accomplirait un opérateur constitué autrement que nous et capable d'apporter à la transformation du système l'aide ou l'entrave qu'apportent les corps étrangers.

En résumé, quand un système matériel se transforme en présence de corps étrangers, nous considérons ces corps étrangers comme contribuant à cette transformation, soit en la provoquant, soit en l'aidant, soit en l'entravant ; c'est cette contribution que nous nommons l'*œuvre accomplie pendant une modification d'un système par les corps étrangers à ce système*.

Quelle est la nature de cette contribution et comment s'accomplit-elle? Problème difficile, dont la solution claire semble bien dépasser les bornes de la raison humaine. Mais ce problème de la *communication des substances* est objet de Métaphysique, non de Physique. La Physique ne tente point de l'élucider; plus modeste, elle s'efforce seulement de créer une expression mathématique propre à servir de symbole à cette contribution, à cette *œuvre;* et cette expression, elle la veut construire avec des éléments tirés de l'effet que produit cette

action des corps extérieurs, car, si la nature de l'action est obscure, l'effet en est clair et saisissable à l'observation.

Pour construire ce symbole mathématique de l'œuvre que les corps étrangers à un système accomplissent en une modification de ce système, on n'usera pas de raisonnements ; quels principes leur serviraient de majeures? On se laissera guider par ce qu'on peut, au sens étymologique du mot, appeler des *inductions*; on marquera les caractères qu'il est le plus naturel d'attribuer à cette idée d'œuvre et l'on cherchera à imprimer au symbole mathématique des caractères analogues. Sans suivre le détail[1] de ces inductions, marquons-en les étapes essentielles.

On est conduit, tout d'abord, à représenter l'œuvre que les corps étrangers à un système accomplissent en une modification de ce système par l'accroissement que subit, en cette modification, une certaine grandeur absolument indépendante de la nature des corps étrangers; cette grandeur, c'est l'*Energie totale* du système.

L'énergie totale dépend de deux sortes d'éléments, toutes deux, bien entendu, propres au système qui se transforme et sans aucun lien avec les corps étrangers qui influent sur la transformation.

Les éléments qui figurent en premier lieu dans l'énergie totale, ce sont les nombres qui mesurent ou qui repèrent les propriétés quantitatives ou

1. Le lecteur pourra, s'il le désire, trouver ce détail dans notre *Commentaire aux principes de la Thermodynamique*, 1re partie, chapitre II (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 4e série, t. VIII; 1892).

qualitatives du système ; l'ensemble de ces nombres définit ce que l'on nomme l'*état* du système.

Les éléments qui figurent en second lieu dans l'énergie totale sont représentés par la grandeur et la direction de la vitesse qui anime chaque point du système par suite de son mouvement local ; ces éléments-là déterminent le *mouvement local* du système à l'instant considéré.

Une supposition très simple partage en deux termes l'œuvre accomplie au cours d'une modification ; l'un de ces termes dépend du changement apporté à l'état du système ; il ne dépend ni du mouvement local, ni du changement qu'éprouve ce mouvement ; l'autre terme dépend du mouvement local et de son changement, mais point de l'état du système, ni de ses variations. Dès lors, l'énergie totale se partage, elle aussi, en deux termes : l'un ne dépend que de l'état du système et point de son mouvement local ; l'autre ne dépend que du mouvement local et point de l'état. Le premier terme devrait justement se nommer *énergie d'état* ; on le nomme *énergie interne* ou *énergie potentielle*. Le second terme se nomme *énergie cinétique* ou *énergie actuelle*.

En chacun des chapitres de la Physique, on détermine par des hypothèses particulières la forme qu'il convient d'attribuer à l'énergie interne des systèmes étudiés en ce chapitre ; la forme de l'énergie cinétique, au contraire, est susceptible d'une détermination générale.

Tout d'abord, il est aisé de voir quelle est la somme des énergies cinétiques de chacun des éléments matériels infiniment petits en lesquels le

système peut être censé partagé ; et cette remarque en simplifie singulièrement la détermination.

Prenons deux éléments matériels différents et, à partir du repos, lançons-les avec une même vitesse ; nous accomplissons, en général, deux œuvres différentes ; il est naturel de penser que le rapport de ces deux œuvres est indépendant de la commune vitesse imprimée aux deux éléments ; ce rapport, qui dépend seulement de la nature de ces deux éléments, se nomme le rapport des *masses* des deux éléments. La masse d'un élément matériel est donc proportionnelle à l'œuvre qu'il faut accomplir pour le lancer avec une vitesse déterminée.

La notion de masse se trouvant ainsi introduite sous une forme très naturelle, on voit que l'énergie cinétique d'un élément est le produit de la masse de cet élément par une fonction de sa vitesse, *cette fonction étant la même pour tous les éléments matériels concevables.* La détermination de cette fonction achèvera de rendre explicite l'expression de l'énergie cinétique.

On pourrait tenter — ce serait l'hypothèse la plus obvie — de prendre cette fonction simplement proportionnelle à la vitesse ; cette tentative conduirait à construire une Mécanique qui, dans ses traits essentiels, reproduirait la Dynamique cartésienne. L'échec mémorable de cette Dynamique nous avertit de ne point nous engager dans cette voie. Il est naturel alors de reprendre l'idée de Leibniz et de regarder la fonction inconnue comme proportionnelle au carré de la vitesse. L'énergie cinétique, entièrement déterminée, de-

vient identique à ce que l'ancienne Mécanique nommait *force vive*.

Prenons maintenant un système *isolé*; il n'existe aucun corps étranger à ce système; partant, en toute modification de ce système, l'œuvre accomplie par les corps étrangers est nulle; en d'autres termes, *en toute modification d'un système isolé, l'énergie totale de ce système garde une valeur invariable*. Nous voici en possession du premier principe de la nouvelle Mécanique, du *Principe de la conservation de l'Énergie*.

L'énoncé de ce principe choque ceux qui veulent voir dans les axiomes de la Mécanique des lois expérimentales généralisées, qui veulent attribuer un sens physique aux premiers postulats; car, dans la Nature, il n'existe aucun système isolé. Pour nous, semblable objection n'a rien qui nous embarrasse; nous savons que les principes de la Physique théorique sont simplement des règles par lesquelles nous imposons une forme déterminée au schème mathématique que nous voulons construire; il n'est point nécessaire que ces postulats aient un sens physique; seules, leurs dernières conséquences doivent s'accorder avec les faits. Or, tant que nous n'essayons aucune comparaison avec le monde extérieur, tant que nous demeurons dans le domaine du schème mathématique abstrait, nous concevons parfaitement qu'un système contienne tous les corps étudiés, qu'il n'en existe aucun en dehors de lui, qu'il soit isolé dans l'espace pur.

CHAPITRE V

LE TRAVAIL ET LA QUANTITÉ DE CHALEUR

Toutefois, pour que notre schème mathématique ne demeure pas stérile, il nous faut l'étendre et ne le point limiter à la considération d'un système isolé dans l'espace.

Si nous prenons, d'une part, le système matériel dont nous voulons étudier les modifications, d'autre part, tous les corps dont la présence ne nous semble pas indifférente à ces modifications, nous pouvons traiter l'ensemble de ces deux systèmes indépendants l'un de l'autre comme composant un seul système isolé dans l'espace; à ce système isolé, nous pouvons appliquer le principe de la conservation de l'énergie.

La force vive de ce système complexe est la somme des forces vives des deux systèmes indépendants qui le composent; mais l'énergie interne du système complexe n'est pas égale à la somme des énergies internes qu'auraient les deux systèmes indépendants si chacun d'eux était isolé dans l'espace; elle est égale à cette somme aug-

mentée d'un terme que l'on peut nommer l'*énergie mutuelle des deux systèmes*.

L'existence de cette énergie mutuelle signifie que les propriétés de chacun de ces deux systèmes, mis en présence de l'autre, ne sont pas les mêmes que si ce système existait seul sous le même état; que la présence de chacun d'eux n'est pas indifférente à l'autre.

Cette énergie mutuelle dépend de l'état et de la position du premier système, c'est-à-dire des variables indépendantes $\alpha, \beta, \ldots$ qui déterminent cet état et cette position; elle dépend aussi de l'état et de la position du second système, c'est-à-dire des variables indépendantes $\alpha', \beta', \ldots$ qui déterminent cet état et cette position.

Imaginons qu'une modification *virtuelle* vienne affecter l'ensemble de nos deux systèmes, imposant aux variables α, β, ... des variations infiniment petites $\delta\alpha$, $\delta\beta$, ... et aux variables α', β', ... des variations infiniment petites $\delta\alpha'$, $\delta\beta'$, ... L'énergie mutuelle des deux systèmes subit une diminution qui se trouve être la somme de deux termes; le premier de ces termes est de la forme $A\delta\alpha + B\delta\beta + \ldots$; le second est de la forme $A'\delta\alpha' + B'\delta\beta' + \ldots$; les grandeurs A, B..., A', B', ... dépendent de l'état de nos deux systèmes et de leur position mutuelle.

La somme $A\delta\alpha + B\delta\beta + \ldots$ est ce que nous nommons le *travail virtuel des actions exercées par les corps extérieurs sur le système étudié*; de même, la somme $A'\delta\alpha' + B'\delta\beta' + \ldots$ est le travail virtuel des actions que le système étudié exerce sur les corps extérieurs.

Arrêtons-nous un instant à ces notions qui joue-

ront, dans le développement de la nouvelle Mécanique, un rôle capital.

Les systèmes dont traitait l'ancienne Mécanique sont entièrement définis par leur forme et leur position; les variables qui déterminent l'état de semblables systèmes sont exclusivement géométriques. A de semblables systèmes, appliquons les considérations précédentes : la somme $A\delta\alpha + B\delta\beta + \ldots$ deviendra, au sens de la Mécanique de Lagrange, le travail virtuel de toutes les *forces extérieures* appliquées au système ; A sera la *force extérieure généralisée* qui correspond à la variable indépendante α; si α représente une longueur, A sera une force, au sens élémentaire du mot; si α représente un angle, A sera le moment d'une force.

Les propriétés des systèmes que nous étudions maintenant ne sont plus entièrement réductibles à la figure et à la position de leurs diverses parties; parmi les variables qui définissent l'état de ces systèmes, il en est qui ne représentent plus ni des longueurs, ni des angles, ni des surfaces, ni des volumes, ni rien qui soit géométrique, mais des qualités physiques, des températures, des charges électriques, des intensités d'aimantation. Si α représente une telle variable, A ne sera plus une force généralisée, au sens de la Mécanique de Lagrange; ce sera une grandeur d'une tout autre nature, n'ayant avec la force généralisée que ce caractère commun : son produit par la variation infiniment petite de la variable α représente un travail. Si, par exemple, α est un moment magnétique, A sera la composante, dans la direction de ce moment, du champ magnétique extérieur. D'une telle gran-

deur, nous dirons qu'elle représente l'*influence extérieure* relative à la variable physique α, et nous réunirons les forces généralisées et les influences sous le nom commun d'*actions*.

Ici, comme dans la Mécanique de Lagrange, les actions que des corps étrangers déterminés exercent sur un système également déterminé ne sont pas des grandeurs entièrement définies; elles changent si l'on change le groupe de variables qui sert à représenter l'état du système; seul, le travail qu'elles accomplissent dans une modification virtuelle déterminée garde une valeur invariable.

La modification virtuelle qui nous a déjà fourni la définition des actions extérieures exercées sur un système va nous fournir une autre notion essentielle, celle de la *quantité de chaleur* que le système dégage en une semblable modification. Nous parviendrons à cette notion nouvelle en appliquant le principe de la conservation de l'énergie à notre modification virtuelle.

Que faut-il entendre par là ?

L'énoncé du principe de la conservation de l'énergie fait intervenir l'accroissement de la force vive du système; cet accroissement n'a de sens qu'en une modification réelle; une modification virtuelle ne s'accomplit pas dans le temps; elle ne communique à la force vive du système aucun changement; c'est assez dire que, sous sa forme primitive, le principe de la conservation de l'énergie ne s'applique pas aux modifications virtuelles. Nous sommes libres, il est vrai, de lui imposer une généralisation qui le rende applicable à ces modifications et cette liberté n'est limitée que par une seule

condition : Le nouveau principe devra reproduire le premier lorsqu'à la modification virtuelle on substituera la modification réelle.

Or, nous savons qu'en une modification réelle, le travail des forces d'inertie est égal à la diminution de la force vive. Si donc nous prenons une proposition qui a trait aux seules modifications réelles parce qu'elle renferme les mots : *diminution de la force vive*; si à ces mots nous substituons ceux-ci : *travail des forces d'inertie*, nous obtenons un nouvel énoncé, applicable aux modifications virtuelles et qui contient, comme cas particulier, l'énoncé primitif.

C'est par ce procédé que nous étendrons le principe de la conservation de l'énergie aux modifications virtuelles et que nous parviendrons à la proposition suivante : *En toute modification réelle ou virtuelle d'un système isolé, le travail des forces d'inertie est égal à l'accroissement de l'énergie interne.*

Prenons notre système isolé, formé par la réunion de deux systèmes indépendants, et calculons, pour une modification virtuelle imposée à ce système, la somme du travail des forces d'inertie et de la diminution d'énergie interne, somme dont la valeur doit être zéro. Cette somme contiendra six termes, dont voici les trois premiers :

1° Le travail des forces d'inertie appliquées au premier système;

2° Le travail des actions exercées par le second système sur le premier ;

3° Enfin, la diminution de l'énergie interne de ce premier système.

Les trois derniers termes, analogues aux trois premiers, s'en déduisent en intervertissant le rôle du premier système et du second.

La somme de ces six termes est nulle ; mais, en général, il n'en est de même ni de la somme des trois premiers, ni de la somme des trois derniers.

La somme des trois premiers termes est, par définition, la *quantité de chaleur* que le premier système dégage au cours de la modification considérée ; la somme des trois derniers termes est la quantité de chaleur dégagée, en la même modification, par le second système ; ces deux quantités sont égales et de signes contraires.

D'après cette définition, lorsqu'un système éprouve une modification quelconque, réelle ou virtuelle, *le travail virtuel des actions extérieures augmenté du travail virtuel des forces d'inertie, donne une somme égale à l'accroissement de l'énergie interne du système augmenté de la quantité de chaleur que dégage ce système.* S'il s'agit d'une modification réelle, cette proposition se transforme en la suivante : *L'accroissement de l'énergie totale d'un système est égal à l'excès du travail des actions extérieures sur la quantité de chaleur dégagée par le système.*

Cette proposition est l'énoncé précis de la loi de l'équivalence entre le travail et la quantité de chaleur[1]. Cette loi nous apparaît ici comme un corollaire du principe de la conservation de l'énergie, joint aux définitions du travail et de la quantité de chaleur.

1. Voir · Première Partie, Chapitre x *La théorie mecanique de la chaleur.*

Cette définition tout algébrique de la quantité de chaleur scandalisera peut-être quelques esprits ; ils s'étonneront de voir employer ces mots : *quantité de chaleur* pour désigner une somme de termes à la formation desquels les notions de chaud et de froid sont complètement étrangères. Leur étonnement aura sa raison d'être, car le vocable : *quantité de chaleur*, imposé par l'usage, est une dénomination fort mal choisie et très capable d'engendrer de déplorables confusions ; l'histoire de la Physique en fait foi.

Mais, si la définition précédente fait éclater aux yeux l'absence de tout lien logique entre la notion de *quantité de chaleur*, telle que l'entend le physicien, et la notion qui nous vient de nos perceptions et qu'entend exprimer le langage vulgaire lorsqu'il emploie le mot chaleur, ce n'est point cette définition qui a rompu ce lien ; il fut brisé dès l'origine de la Physique expérimentale, au jour où les Académiciens de Florence prouvèrent qu'en *chauffant* de la glace, on la fondait *sans l'échauffer*. De ce jour date la distinction entre la *température*, traduction en langage physique des notions empiriques de chaud et de froid, et la *quantité de chaleur* ; les recherches calorimétriques de Black, de Crawford, de Lavoisier et de Laplace, la conception de la chaleur latente n'ont fait que creuser cette séparation, chaque jour plus profonde.

Il est donc juste que la définition de la quantité de chaleur n'emprunte rien aux perceptions de chaud et de froid ; mais il serait inadmissible que la grandeur ainsi définie demeurât sans relation avec ce que les physiciens mesurent au moyen du calori-

mètre. Cette relation, heureusement, s'établit sans peine[1] ; les principes que nous venons d'exposer prouvent que le calorimètre mesure effectivement ce que nous avons nommé quantité de chaleur ; la définition de cette quantité satisfait donc à la règle posée par Rankine ; elle a pour corollaire presque immédiat un procédé propre à mesurer la grandeur définie.

Les deux notions de travail et de quantité de chaleur sont continuellement en jeu dans la Mécanique nouvelle dont nous esquissons le développement ; on peut donc très justement nommer cette Mécanique la *Thermodynamique* ; on peut aussi, avec Rankine, lui donner le nom d'*Énergétique*, car la notion d'énergie est la source d'où elle découle tout entière ; entre les tenants de la première dénomination et les partisans de la seconde, nous n'essaierons pas de trancher : « *Simus faciles in verbis* », disait Gauss.

1. On trouvera l'établissement de cette relation, ainsi que le développement mathématique du présent chapitre, dans notre *Commentaire aux Principes de la Thermodynamique*, 1re partie, chapitre III (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 4e série, t. VIII, 1892).

CHAPITRE VI

LA MODIFICATION RÉVERSIBLE

Jusqu'ici, nous avons traité des propriétés des systèmes étudiés sans avoir à distinguer entre elles ; toutes jouaient le même rôle ; les lettres $\alpha, \beta\ldots$, qui désignent les grandeurs variables par lesquelles sont figurées ces propriétés, pouvaient aussi bien représenter des longueurs ou des angles que des températures ou des intensités d'aimantation.

Il est un nombre, symbole d'une quantité physique, la *température*, qui va dorénavant jouer un rôle à part et tout exceptionnel ; ce rôle va lui être attribué par le principe que Sadi Carnot a découvert, que Clausius a modifié et perfectionné, et qui est un des fondements de la Mécanique nouvelle.

L'énoncé de ce principe usera de cette expression étrange : Une *modification réversible* ; cette expression désigne une des notions les plus délicates de la Thermodynamique ; il nous faut donc, avant tout, analyser cette notion.

Les transformations qui se produisent réelle-

ment dans le monde physique ne sont jamais réversibles.

Voici un gaz contenu dans un corps de pompe que ferme un piston; ce piston est chargé d'un poids. Si la charge est assez forte, le piston va s'enfoncer, le gaz sera condensé ; les actions extérieures, représentées ici par le poids qui charge le piston, effectueront un travail positif; une certaine quantité de chaleur sera dégagée. Si, au contraire, le poids qui charge le piston est trop faible, le piston va remonter; le gaz se dilatera ; le travail des forces extérieures sera négatif ; le système absorbera de la chaleur. On peut s'arranger de telle manière que l'on obtienne le premier groupe de phénomènes ou que l'on obtienne le second groupe. Mais chercher à placer sur le piston un poids tel que, sans qu'on change rien à ce poids, le piston puisse aussi bien s'abaisser que s'élever ; que le gaz puisse indifféremment se condenser ou se dilater ; qu'il puisse y avoir à volonté dégagement ou absorption de chaleur, c'est évidemment tenter une œuvre chimérique. Un système donné, placé dans des conditions également données, se transforme nécessairement dans un sens déterminé ; il ne se transforme pas indifféremment en un sens ou en sens inverse; pris au pied de la lettre, les mots *modification réversible* sont un non-sens.

Ces mots, cependant, sont susceptibles de prendre une signification précise, mais par un détour qu'il nous faut suivre.

En chargeant d'un poids convenable le piston qui comprime un gaz, nous pouvons faire que le piston

s'enfonce ; avec une charge un peu moindre, il se serait encore enfoncé ; pour que le piston commence à s'enfoncer, il suffit que la charge surpasse si peu que ce soit le poids que le gaz tiendrait exactement en équilibre ; de même, pour que le piston se relève, il suffit qu'il porte une charge un tant soit peu inférieure à celle que porterait le gaz en repos. Nous pouvons donc prendre deux charges qui différeront l'une de l'autre aussi peu qu'il nous plaira et les choisir cependant de telle sorte que l'une obligera le piston à s'enfoncer et que l'autre le laissera se relever ; entre ces deux charges se trouve celle qui assure l'immobilité du piston.

Un système donné, entouré de circonstances également données, subit une modification dont le sens est toujours parfaitement déterminé ; mais on peut choisir les conditions extérieures de telle sorte qu'une variation infiniment petite de ces conditions suffira à renverser le sens du changement d'état qu'elles déterminent ; il faut, pour cela, que les corps dont le système est environné diffèrent infiniment peu de ceux qui le maintiendraient en équilibre.

Qu'est-ce donc, en définitive, qu'une *modification réversible* subie par un système ? C'est une modification purement idéale, purement virtuelle, une *suite continue d'états d'équilibre* en chacun desquels le système est successivement conçu par l'entendement du physicien ; et *cette suite d'états d'équilibre est la frontière commune de deux séries de modifications réelles, dont les unes marchent dans un certain sens et les autres en sens contraire.*

Les systèmes abstraits auxquels la Physique

recourt pour représenter le monde de la matière inerte ne sont pas tous, il s'en faut bien, susceptibles de modifications réversibles.

Un fil métallique, tendu par un poids, est en équilibre ; nous augmentons le poids tenseur ; le fil s'allonge avec une certaine vitesse et parvient à un nouvel état d'équilibre ; une nouvelle surcharge produit un nouvel allongement ; et ainsi de suite. Sur un tableau, marquons la suite des charges employées et, en regard, les longueurs qu'a prises le fil en équilibre sous chacune de ces charges.

Recommençons cette suite d'expériences à partir du même état initial, mais en employant, à chaque opération, une surcharge moindre que dans le cas précédent. Nous obtiendrons un nouveau tableau, où figureront des états d'équilibre plus nombreux que dans le premier, et plus voisins les uns des autres.

Reprenons une troisième, une quatrième série, avec des surcharges successives de plus en plus petites ; les tableaux obtenus tendront vers un certain tableau limite ; celui-ci, s'il était possible de le former, présenterait une suite de charges croissant d'une manière continue et, en regard, une suite de longueurs croissant aussi d'une manière continue ; chacune des longueurs serait celle du fil lorsqu'il tient en équilibre la charge placée en regard. Nous aurions obtenu ainsi une suite continue d'états d'équilibre, et cette suite continue, *parcourue dans le sens où les longueurs vont en croissant*, serait la forme limite d'une série d'expériences au cours desquelles le fil s'allongeait réellement.

Prenons maintenant le fil dans le dernier des états d'équilibre auxquels les essais précédents l'ont amené, et, en le déchargeant graduellement, laissons-le se raccourcir jusqu'à ce qu'il reprenne la longueur initiale. Plus les diminutions successives de la charge seront faibles, plus lente sera la contraction du fil. Il nous sera donc possible, en opérant comme pour les allongements, de constituer une suite continue d'états d'équilibre du fil, et cette suite, *parcourue dans le sens où les longueurs vont en décroissant*, représentera la forme limite d'une série de contractions réelles.

Comparons les deux suites d'états d'équilibre ainsi constituées; elles ne sont nullement identiques l'une à l'autre; à une même charge correspond, dans la seconde suite, une longueur de fil plus grande qu'en la première, ce qu'on exprime en disant que l'étirement a affecté le fil d'un allongement permanent; nos deux séries de modifications réelles, de sens opposés, les étirements d'une part, les contractions d'autre part, n'admettent pas de commune frontière; un fil susceptible d'allongements permanents ne peut pas subir une modification réversible.

La Mécanique que nous allons développer fera un continuel usage de la notion de modification réversible; *elle traitera exclusivement de systèmes pour lesquels toute suite continue d'états d'équilibre est une modification réversible*; par le fait, elle cessera d'être une Mécanique entièrement générale pour n'être plus que l'étude d'une catégorie, très étendue sans doute, mais cependant particulière, de systèmes matériels; hors du domaine

qu'elle prétend soumettre à ses lois, elle laissera bien des corps, nommément ceux qui peuvent éprouver des modifications permanentes; si, plus tard, une Mécanique peut être constituée, qui embrasse en ses théorèmes l'équilibre et le mouvement de semblables corps[1], ce sera par une généralisation de la Mécanique restreinte qui va maintenant nous occuper, par un apport d'hypothèses et de principes étrangers à ceux que nous allons énoncer.

Quelle sera, dans le domaine restreint où nous allons nous cantonner, l'utilité de cette notion purement idéale et fictive qu'expriment les mots de modification réversible? Que signifie exactement cette phrase : Telle proposition n'est vraie que pour un changement réversible? Le sens de cette phrase est celui-ci : A proprement parler, la proposition dont il s'agit n'est jamais vraie; il n'existe aucune modification réelle à laquelle on puisse l'appliquer en toute rigueur; mais l'erreur commise en appliquant cette proposition à un changement d'état peut être plus ou moins grande; elle est d'autant plus petite que, pour renverser le sens de ce changement d'état, il faudrait imposer une moindre perturbation aux conditions extérieures qui entourent le système soumis au changement; la proposition en question est d'autant moins éloignée de la vérité que les actions auxquelles le système est soumis sont, à chaque instant, plus voisines de celles qui le maintiendraient en équilibre.

Le principe de Carnot et de Clausius n'est vrai

1. Une semblable Mécanique sera étudiée au chapitre XIV.

16

que pour les modifications réversibles ; les conséquences que nous déduirons de ce principe, les propriétés qu'il nous fera découvrir en un système, ne seront jamais rigoureusement exactes tant que le système sera en voie de transformation ; mais plus les causes qui déterminent cette transformation tendront à disparaître, plus ces conséquences seront voisines de la vérité, plus ces propriétés seront voisines de celles que révèle l'expérience ; au système en équilibre, ces propositions s'appliqueront exactement, ces propriétés appartiendront pleinement. *La notion de modification réversible peut servir à fonder une Statique.*

CHAPITRE VII

LE PRINCIPE DE CARNOT ET LA TEMPÉRATURE ABSOLUE

Si le principe de la conservation de l'énergie peut être ordonné à l'instinct qui nous presse d'agir sur le monde extérieur et de le modifier conformément à nos besoins, *a fortiori* en est-il de même du Principe de Sadi Carnot. C'est un fait historique que ce principe a été suggéré à son auteur par la contemplation des machines à feu et par l'ambition d'en donner une théorie entièrement générale. C'est, en particulier, cette contemplation qui a conduit Sadi Carnot à imaginer la suite d'opérations que l'on nomme aujourd'hui *cycle de Carnot*.

Un système décrit un *cycle* lorsqu'il subit une suite d'opérations qui le ramènent à son état initial; si toutes ces opérations sont réversibles, le cycle lui-même est réversible. Au cours d'un cycle, le système peut tantôt dégager, tantôt absorber de la chaleur. Supposons que ces échanges de chaleur entre le système et les corps étrangers aient lieu seulement en deux circonstances : premièrement,

lorsque tous les corps qui composent le système sont portés à une certaine température θ, deuxièmement, lorsque tous ces corps sont portés à une certaine température θ', supérieure à θ. Le cycle sera un cycle de Carnot décrit entre les deux températures limites θ et θ'.

Des hypothèses formulées par Sadi Carnot, nous ne dirons rien ici ; elles ne s'accordaient pas avec le Principe de la conservation de l'énergie; aussi Clausius, puis W. Thomson, les ont-ils modifiées et ont-ils formulé deux postulats qui sont universellement acceptés.

Le *Postulat de Clausius* peut s'énoncer de la manière suivante : *Pour qu'un système, décrivant un cycle de Carnot réversible, absorbe de la chaleur pendant qu'il est porté à la plus basse des deux temperatures limites, il faut que les actions extérieures auxquelles il est soumis effectuent, durant le parcours du cycle, un travail total positif.*

Le *Postulat de W. Thomson* a une forme semblable ; le voici : *Si les actions extérieures qui sollicitent un système effectuent un travail total négatif pendant le parcours d'un cycle de Carnot réversible, le système dégage forcément de la chaleur durant son séjour à la température limite la plus basse.*

De ces deux postulats se déduit[1] un ensemble de conséquences qui forme le *théorème de Carnot.*

1. Cette déduction est exposée dans la plupart des Traités de Physique récents; nous pensons lui avoir donné une forme entièrement rigoureuse dans notre *Traité élémentaire de Mécanique chimique fondée sur la Thermodynamique*, Livre I, chapitre III; tome I, p. 56, Paris, 1897.

Lorsqu'un système décrit un cycle de Carnot réversible, la quantité de chaleur qu'il dégage pendant que sa température atteint l'une des deux limites est de signe contraire à la quantité de chaleur qu'il dégage pendant qu'il est porté à l'autre température limite; si, dans le premier cas, il dégage de la chaleur, il en absorbe dans le second, et inversement. Les valeurs absolues des quantités de chaleur mises en jeu ont, entre elles, un certain rapport ; la valeur de ce rapport ne dépend ni de la nature des corps qui décrivent le cycle de Carnot, ni de la forme particulière des modifications qui composent ce cycle, ni, bien entendu, de l'échelle thermométrique sur laquelle sont lues les deux températures θ, θ' ; elle dépend exclusivement des deux *intensités de chaleur* auxquelles, par le choix d'un thermomètre approprié, on a fait correspondre les deux nombres θ, θ'; si l'on change ce thermomètre, les valeurs numériques des températures qui correspondent aux mêmes intensités de chaleur seront changées, mais la valeur du rapport considéré demeurera invariable.

En d'autres termes, à chaque intensité de chaleur on peut faire correspondre un nombre; ce nombre est toujours positif; il est d'autant plus grand que la qualité de chaleur à laquelle il correspond est plus intense, caractère qui permet de prendre ce nombre pour température, de regarder la suite des nombres ainsi définis comme une échelle thermométrique; la correspondance entre chacun de ces nombres et l'intensité de chaleur qu'il doit servir à repérer n'est point liée au choix d'un thermomètre particulier, en sorte que la tem-

pérature ainsi déterminée mérite le nom de *tempe rature absolue*; l'emploi de cette dénomination permet de formuler la proposition précédemment énoncée sous la forme que voici : *Lorsqu'un système décrit un cycle de Carnot réversible, les valeurs absolues des quantités de chaleur qu'il dégage ou absorbe pendant qu'il atteint l'une ou l'autre des intensités de chaleur limites sont entre elles comme les températures absolues qui correspondent à ces intensités de chaleur.*

Une dernière proposition achève de préciser cette notion si essentielle de température absolue. Elle exige la considération de ces fluides que les physiciens nomment *gaz parfaits* et qu'ils définissent par deux caractères : une compressibilité qui, à température constante, obéit à la loi de Mariotte; une énergie interne qui demeure invariable tant que le gaz demeure également chaud. Le théorème de Carnot entraîne, en effet, cette conséquence : *On peut prendre pour température absolue la température centigrade lue sur un thermomètre à gaz parfait, augmentée de l'inverse du coefficient de dilatation de ce gaz.*

Cette proposition complète la définition de la température absolue en la conformant à la règle posée par Rankine . elle nous trace, en effet, l'esquisse d'un procédé qui permettra de mesurer les températures absolues. Non pas qu'il existe dans la Nature un gaz parfait que nous puissions introduire dans un réservoir pour en faire un thermomètre; le gaz parfait est un concept construit de toutes pièces par notre raison; il n'a pas plus de réalité concrète que le solide parfaitement indéfor-

mable dont traite la Mécanique élémentaire. Mais s'il n'existe pas, dans la Nature, de solide rigide, il existe des corps qui se déforment très peu lorsque la température et les actions extérieures n'excèdent pas certaines limites; à ces corps, les propositions de la Mécanique élémentaire s'appliquent approximativement, et en deçà des limites que nous venons de mentionner De même, la réalité concrète ne nous présente aucun gaz parfait; mais certains gaz réels, pourvu qu'ils ne soient ni trop comprimés, ni trop refroidis, se laissent approximativement représenter par ce schéma, simple agencement d'éléments mathématiques, que désignent les mots *gaz parfait*. Avec ces gaz-là, on pourra construire des thermomètres qui donnent la température absolue. La détermination des températures absolues ne sera possible que si les conditions de l'expérience demeurent comprises entre certaines limites, entre ces limites, elle ne sera qu'approchée; ces caractères sont communs à tous les procédés de mesure employés en Physique.

CHAPITRE VIII

LE POTENTIEL INTERNE ET LA STATIQUE GÉNÉRALE

Nous avons vu que l'étude des modifications réversibles peut servir à établir des propositions de Statique; en effet, du théorème de Carnot on peut tirer les propriétés générales des systèmes en équilibre.

En cette étude, il y a grand intérêt à faire usage, pour représenter les propriétés du système, de certaines variables spéciales, que l'on nomme des *variables normales*. La température figure toujours au nombre des variables normales, mais elle y figure avec un rôle particulier; ces variables, en effet, sont choisies de telle sorte qu'en une modification virtuelle où la température change seule, tandis que chacune des autres variables garde sa valeur, les diverses parties du système demeurent immobiles et les actions extérieures n'effectuent aucun travail.

On se demandera, sans doute, si les propriétés de n'importe quel système peuvent être représentées

par de telles variables ; assurément non ; un fluide qui se dilaterait par une élévation de température, mais dont la compressibilité serait nulle à température constante, ne pourrait être défini par des variables normales ; mais, pratiquement, tous les systèmes que les physiciens sont amenés à concevoir pour représenter les propriétés des corps peuvent être rapportés à des variables normales.

L'emploi des variables normales donne aux propositions de la Thermodynamique leur forme la plus simple ; dorénavant nous adopterons cet emploi.

Le principe de l'équivalence entre le travail et la chaleur et le principe de Carnot conduisent alors à des conséquences capitales, que nous allons passer en revue.

A chaque état du système que l'on étudie, ces deux principes attachent une certaine grandeur, déterminée lorsque l'on connaît la température absolue du système et les autres variables normales qui en déterminent les propriétés. La considération de cette grandeur domine la Thermodynamique tout entière. F. Massieu, qui l'a signalée le premier à l'attention des physiciens, l'a appelée la *Fonction caractéristique du système* ; pour Gibbs et pour Maxwell, elle est l'*Énergie utilisable* (*available Energy*), pour Helmholtz, l'*Énergie libre* (*freie Energie*) ; nous lui avons donné le nom de *Potentiel thermodynamique interne*. La multiplicité de ces dénominations a sa raison d'être, car chacune d'elle reflète un des aspects sous lesquels on peut considérer cette grandeur ; toutes, elles trouveront leur justification dans les développements qui vont suivre.

De l'expression de cette grandeur, on tire sans peine les conditions nécessaires et suffisantes pour que le système soit maintenu en équilibre par des corps étrangers maintenus à la même température que lui.

Pour obtenir ces conditions, on impose au système une modification virtuelle *qui n'en change pas la température*; à cette modification correspond un certain travail virtuel des actions extérieures et un certain accroissement du potentiel interne; on exprime que ce travail virtuel et cet accroissement sont égaux entre eux.

Le principe fondamental de la Statique nouvelle se présente donc exactement sous la forme que Lagrange[1] avait donnée au principe de l'ancienne Statique; la grandeur dont les axiomes de la Thermodynamique nous ont révélé l'existence joue en celui-là le rôle que le potentiel des forces intérieures jouait en celui-ci; de là le nom de Potentiel thermodynamique interne, que nous avons attribué à cette grandeur.

L'analogie profonde des principes fondamentaux entraîne, entre les deux sciences qui en découlent, des rapprochements intimes; aussi allons-nous retrouver, dans le domaine de la Statique générale, toutes les idées fécondes que Lagrange avait créées en exposant une Statique plus restreinte.

La formation des équations d'équilibre atteint le plus haut degré de simplicité dans le cas où l'état du système étudié est entièrement défini par la

1. Voir . Première Partie, Chapitre VI *Le Principe des vitesses virtuelles et la Statique de Lagrange.*

température absolue et par des variables normales qui sont toutes indépendantes les unes des autres; dans ce cas, ces conditions s'énoncent de la manière suivante : Chacune des actions extérieures $A, B, \ldots, L$ qui correspondent respectivement aux variables normales $\alpha, \beta, \ldots, \lambda$, autres que la température absolue, est égale à la dérivée du potentiel interne $\mathfrak{F}$ par rapport à la variable correspondante. A cet énoncé, on peut substituer les équations que voici :

$$(1) \qquad A = \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \alpha}, \quad B = \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \beta}, \quad \ldots, \quad L = \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \lambda}.$$

Le nombre de ces équations — la remarque sera de conséquence — est égal au nombre des variables normales qu'il faut joindre à la température pour déterminer entièrement l'état du système; elles fixent la valeur de chacune de ces variables et, partant, l'état d'équilibre du système, lorsque la température et les actions extérieures sont données.

Il peut se faire que les grandeurs variables par lesquelles on représente les propriétés du système ne soient pas indépendantes les unes des autres, qu'elles soient rendues solidaires par certaines conditions de liaison; alors nous retrouverons, en calquant nos raisonnements sur ceux de Lagrange, les forces de liaison, mais, les forces de liaison généralisées comme l'ont été les forces elles-mêmes et devenues *actions de liaison.*

L'esprit et les méthodes de la Statique de Lagrange ont donc passé en entier dans la Statique générale, dont la conception sera l'éternel titre de

gloire de J. Willard Gibbs[1]; mais, en passant de l'une à l'autre, ils ont évolué; les germes semés par l'auteur de la *Mécanique Analytique* doivent leur ample et plein développement au physicien qui a traité de l'*Équilibre des substances hétérogènes*.

Jetons les yeux sur la science issue de ce développement.

De toutes parts, la réalité excédait les bornes de l'ancienne Statique.

Dès l'étude des fluides compressibles, cette science se trouvait réduite à confesser son insuffisance. Parmi les conditions d'équilibre de ces fluides, elle faisait figurer une relation entre la densité, la température et la pression; cette relation, elle ne pouvait la tirer de ses propres principes; elle l'introduisait d'emblée comme un postulat suggéré par l'expérience. En définissant le fluide compressible comme un milieu dont chaque élément est dans un état connu lorsqu'on connaît la densité et la température, la Statique nouvelle peut former l'expression du potentiel interne d'un tel fluide et en discuter les conditions d'équilibre[2]. Ces conditions sont beaucoup plus générales que l'Hydrostatique de Clairaut, d'Euler et de Lagrange ne le faisait supposer; en particulier, l'existence d'une relation entre la pression, la densité et la température ne saurait être posée comme une règle entièrement générale; elle est propre à des corps qui forment

1. J. Willard Gibbs *On the Equilibrium of heterogeneous Substances* (*Transactions of the Academy of Connecticut*, vol. III, 1875-1878.)

2. P. Duhem : *Le Potentiel thermodynamique et la Pression hydrostatique* (*Annales de l'Ecole Normale Supérieure*, 3e série, t. X, p. 183 ; 1893).

une catégorie particulièrement simple parmi tous les fluides possibles; heureusement, cette catégorie comprend le plus grand nombre des cas que rencontre la pratique.

Lorsque plusieurs fluides se compénètrent et se mélangent, tout en restant soumis à des forces extérieures, à la pesanteur par exemple, ils se distribuent suivant des lois qui échappaient aux prises des méthodes de Lagrange; dans son immortel écrit *Sur l'Équilibre des substances hétérogènes*, J. Willard Gibbs a tiré ces lois des principes de la Statique nouvelle; il a pu donner ainsi, des effets de l'osmose, une théorie dont les principales propositions sont, aujourd'hui, d'usage courant.

La Statique fondée sur la Thermodynamique peut, comme l'a montré W. Thomson, rendre des services analogues à la théorie de l'équilibre élastique; mais sa fécondité se manifeste mieux encore dans l'étude de propriétés purement qualitatives, comme l'électricité et le magnétisme.

Pour tirer de la Mécanique rationnelle les lois de l'équilibre électrique et magnétique, Poisson était obligé de regarder l'électricité et le magnétisme comme des fluides et de faire diverses hypothèses sur les propriétés de ces fluides. L'effondrement de la doctrine du calorique entraîna le discrédit des fluides électrique et magnétique. On demanda alors à des postulats spéciaux, les uns suggérés par l'expérience, les autres conçus *a priori*, les lois qui régissent une distribution permanente d'électricité ou de magnétisme. Cette méthode avait permis de réduire à l'analyse mathématique un grand nombre de problèmes ressortissant à cette branche de la

Statique; mais elle n'établissait pas de lien logique entre les hypothèses sur lesquelles reposaient les diverses solutions.

Quelques-unes de ces hypothèses anciennement admises suffisent à former le potentiel interne d'un système où figurent des corps électrisés, des diélectriques polarisés et des aimants; ce potentiel une fois connu, la théorie de l'équilibre électrique et magnétique se déroule tout entière par des calculs réguliers où l'indétermination n'a plus de place; électrisation des conducteurs, homogènes ou hétérogènes, dont la température est uniforme, des chaînes thermo-électriques; aimantation des corps isotropes ou anisotropes; polarisation des diélectriques amorphes, des cristaux holomorphes ou hémimorphes, tous ces problèmes dépendent d'équations que fournit un procédé unique[1], calqué sur la méthode employée en Statique par Lagrange.

Il fallait auparavant, pour mettre en équations un problème nouveau de Statique électrique ou magnétique, avoir recours à de nouveaux postulats; l'excessive liberté laissée au physicien dans le choix de ces nouvelles hypothèses n'engendrait qu'erreur et confusion lorsqu'il s'agissait de traiter une question neuve et compliquée; ainsi, la théorie des déformations qui affectent un fluide ou un solide élastique lorsque ce corps porte une polarisation diélectrique ou magnétique avait reçu de Maxwell, de Helmholtz, de Korteweg, de Kirchhoff une forme

1. P. Duhem : *Théorie nouvelle de l'aimantation par influence, fondée sur la Thermodynamique*; Paris, 1888. — *Leçons sur l'Electricité et le Magnétisme*, t. I et II, Paris, 1891-1892.

inacceptable; les procédés de la nouvelle Statique ont pu démêler les complications de ce problème[1].

Les services rendus dans le domaine de l'électricité et du magnétisme n'auraient peut-être pas suffi à assurer le triomphe de la nouvelle Statique ; dans bien des cas, en effet, les résultats auxquels elle conduit étaient déjà connus; sans doute, ces résultats n'avaient point été déduits de principes généraux, mais d'hypothèses spéciales à chaque problème; sans doute, dans quelques circonstances, ils offraient des obscurités et des contradictions que la méthode thermodynamique avait fait disparaître, toutefois, les conquêtes de cette méthode n'avaient point le caractère frappant et convainquant de l'invention.

Heureusement, dès ses débuts, la Statique thermodynamique conduisit J. W. Gibbs à la découverte de lois nouvelles, dont l'importance s'affirme, plus claire de jour en jour. C'est en étudiant les changements d'état physique ou de constitution chimique que l'illustre Américain créa ces lois. Nul domaine n'était plus fermé à l'Ancienne Mécanique, nul n'était plus étranger à la théorie du mouvement local, que le domaine de la *génération* et de la *corruption*, comme eussent dit les péripatéticiens, que la *Mécanique chimique*, selon le langage moderne. L'hypothèse cinétique, comme l'hypothèse de l'at-

1. P. DUHEM : *Leçons sur l'Électricité et le Magnétisme*, t. II, livre XII; Paris, 1892.

LIÉNARD : *Pressions à l'intérieur des aimants et des diélectriques* (*La Lumière électrique*, t. LII, p. 7 et 67, 1894).

P. DUHEM : *Sur les pressions dans les milieux diélectriques ou magnétiques* (*American Journal of Mathematics*, vol. XVII, p. 117, 1895).

traction moléculaire, avait en vain tenté d'organiser la Mécanique chimique. Du premier coup, la Statique fondée sur la Thermodynamique donna sa mesure en lui imposant des règles aussi simples que fécondes; toutes ces règles sont dominées par la *loi des phases*.

Dans le vase où s'achève une réaction et où s'établit un équilibre chimique, l'observateur voit, isolées les unes des autres, diverses substances dont chacune a, en tout point, la même nature et les mêmes propriétés; ces substances sont les *phases* en lesquelles le système chimique est partagé; le spath d'Islande, la chaux, le gaz carbonique sont les trois phases d'un système où le carbonate de calcium se dissocie en chaux et anhydride carbonique. Le nombre des phases en lesquelles un système chimique est partagé est un des deux nombres qui caractérisent ce système; l'autre est le nombre des *composants indépendants* qui le constituent, c'est-à-dire des corps dont la masse est laissée arbitraire par les formules chimiques des substances entrant en réaction. Il suffit de connaître ces deux nombres pour pouvoir indiquer la forme générale dans laquelle se coule la loi d'équilibre du système.

Cette règle des phases demeura longtemps, dans l'écrit de Gibbs [1], un théorème d'Algèbre inaperçu; M. van der Waals l'exhuma du milieu des équations et la signala aux expérimentateurs; M. Bakhuis

1. J. W. GIBBS : *On the Equilibrium of heterogeneous Substances* (*Transactions of Academy of Connecticut*, vol. III, p. 152, 1876); traduit par H. Le Chatelier sous le titre . *Équilibre des systèmes chimiques*, p. 63.

Roozeboom, M. van't Hoff, leurs nombreux disciples, en firent usage pour discuter des réactions chimiques si compliquées qu'elles fussent demeurées inextricables sans ce secours. Grâce à l'activité de ces chimistes, la portée de cette loi nouvelle ne peut plus être contestée; on a dit, non sans raison, qu'elle exercerait sur la Chimie du xx^e siècle une influence comparable à celle que la loi de Lavoisier a exercée sur la Chimie du xix^e siècle. Dès maintenant, la règle des phases a profondément transformé la théorie de l'isomorphisme; elle a débrouillé le chaos que formait jusqu'ici l'étude des alliages; elle a bouleversé les idées qu'adoptaient les chimistes touchant les marques auxquelles on reconnaît un composé défini[1].

Tirée d'hypothèses extrêmement simples et générales, la règle des phases s'étend à l'ensemble de la Mécanique chimique; mais elle ne pénètre pas dans le détail des phénomènes; les renseignements qu'elle donne sont qualitatifs plutôt que quantitatifs. En particularisant les hypothèses qui déterminent le potentiel interne, on obtiendra des conséquences qui pénètreront plus intimement dans l'analyse des phénomènes. C'est ainsi qu'en attribuant les propriétés des gaz parfaits à tous les corps qui entrent en réaction ou seulement à quelques-uns d'entre eux, M. Horstmann[2] et Gibbs[3]

1. Le lecteur trouvera un exposé d'ensemble des recherches chimiques auxquelles la règle des phases a donné lieu dans notre livre : *Thermodynamique et Chimie, leçons élémentaires à l'usage des chimistes*; Paris, 1902.

2. Horstmann. *Theorie der Dissociation* (*Annalen der Chemie und Pharmacie*, t. CLXX, p. 192, 1873).

3. J. W. Gibbs : *Loc. cit.*

ont pu obtenir des formules qui s'accordent numériquement avec les résultats des recherches sur la dissociation.

La Thermodynamique étend donc aux domaines les plus divers : Statique électrique, Statique magnétique, Statique chimique, les méthodes créées par Lagrange pour traiter de la Statique purement mécanique; mais cette extension elle-même, quelle qu'en soit la prodigieuse ampleur, n'épuise pas la fécondité de la nouvelle discipline; à la détermination des conditions d'équilibre des divers systèmes vient s'adjoindre un chapitre dont l'Ancienne Mécanique ne pouvait même pas concevoir la possibilité : la détermination des propriétés calorifiques.

Le développement de tout ce nouveau chapitre repose essentiellement sur le fait analytique suivant : Lorsqu'on connaît le Potentiel interne d'un système, un calcul régulier et très simple en fait connaître l'Énergie interne.

Or, considérons une modification virtuelle issue d'un état d'équilibre; en cette modification, les forces d'inertie sont toutes nulles; la quantité de chaleur dégagée est l'excès du travail virtuel des actions extérieures sur l'accroissement de l'Énergie interne : mais les actions extérieures que subit le système en équilibre, aussi bien que l'Énergie interne, sont connues par le Potentiel interne; il en est donc de même de la quantité de chaleur dégagée; de l'expression du Potentiel interne, un calcul régulier tirera les *coefficients calorifiques du système en équilibre*.

Ainsi, la recherche des conditions d'équilibre

d'un système pourra toujours et immédiatement être complétée par la recherche des propriétés calorifiques de ce système ; la seconde recherche sera la suite naturelle de la première. Par exemple, la Statique nous apprend qu'on maintient en équilibre un liquide surmonté de sa vapeur en appliquant aux deux fluides une pression qui dépend de la température seule; aussitôt, ce renseignement se trouve complété par l'expression de la chaleur de vaporisation et des chaleurs spécifiques des deux fluides saturés ; la loi d'équilibre que donne la règle des phases est immédiatement accompagnée des formules de Clapeyron et de Clausius.

Il serait trop long d'énumérer ici tous les travaux qui se rapportent à cet ordre de recherches ; nous n'en signalerons qu'un. Les lois calorifiques des phénomènes électrolytiques ont été longtemps, pour la Physique, une pierre de scandale ; une formule trop simple, donnée par Helmholtz, par Joule et par W. Thomson, ne s'accordait nullement avec les déterminations expérimentales de P.-A. Favre, de Raoult, de M. F. Braun ; les méthodes nouvelles ont permis à M. Gibbs et à Helmholtz de résoudre cette difficulté et d'établir des formules que l'expérience vérifie minutieusement.

Une modification réversible infiniment petite n'est autre chose qu'une modification virtuelle issue d'un état d'équilibre ; la quantité de chaleur dégagée en une telle modification se détermine donc à partir du Potentiel interne. Divisons cette quantité de chaleur par la température absolue afin d'obtenir, pour notre modification réversible, ce que Clausius nomme la *valeur de transforma-*

tion[1] ; cette valeur de transformation se trouve être la diminution que subit, en la modification considérée, une certaine grandeur, l'*Entropie*, entièrement fixée lorsqu'on se donne l'état du système.

Si l'on fait parcourir au système un cycle réversible, l'Entropie reprend, à la fin du cycle, sa valeur initiale ; zéro représente donc la somme des quotients que l'on obtient lorsqu'on divise chacune des quantités de chaleur infiniment petites dégagées au cours d'un cycle réversible par la température absolue du système pendant ce dégagement.

Découvertes par Clausius, ces propositions ont précédé la constitution de la Statique nouvelle ; elles ont provoqué sa création et présidé à sa naissance ; à côté de l'Énergie interne, elles ont introduit une autre fonction de l'état du système, l'Entropie ; aujourd'hui, ces deux fonctions fondamentales cèdent le pas au Potentiel interne, dont elles dérivent par un calcul régulier.

Lors donc que l'on connaît le Potentiel interne d'un système, on en connaît les conditions d'équilibre, l'Énergie interne, l'Entropie, les coefficients calorifiques ; en un mot, l'étude statique du système est achevée ; les caractères du système en équilibre sont nettement et complètement gravés. C'est ce que F. Massieu avait vu le premier et c'est pourquoi il avait donné le nom de *Fonction caractéristique* à la grandeur que, plus tard, nous avons nommée Potentiel interne.

1. Voir Première Partie, Chapitre x : *La théorie mécanique de la chaleur.*

CHAPITRE IX

LE PRINCIPE DE LA DYNAMIQUE GÉNÉRALE

L'étude d'un système matériel placé dans des conditions où il n'éprouve plus aucune modification, d'un système *en équilibre*, est complète ; il nous faut maintenant aborder l'étude d'un système dont l'état change d'un instant à l'autre, d'un système *en mouvement*, ce dernier mot étant pris au sens large que lui attribue la Physique péripatéticienne.

Pour passer des lois de l'équilibre aux lois du mouvement, le procédé qui s'offre d'abord au physicien consiste à étendre à la Mécanique générale le classique Principe de d'Alembert[1].

En vertu de ce principe, le système demeurerait en équilibre dans son état actuel si on le soumettait non seulement aux actions extérieures qui le sollicitent réellement, mais encore aux forces fictives d'inertie. Si donc, à partir de l'état en lequel un système se trouve à un instant donné, on lui

1. Voir : Première partie, Chapitre VII : *Le Principe de d'Alembert et la Dynamique de Lagrange.*

imposait un changement virtuel qui n'altère pas la température de ses diverses parties, on imposerait en même temps à son Potentiel interne un certain accroissement, et cet accroissement égalerait la somme des travaux virtuels des actions extérieures et des forces d'inertie.

Les équations du mouvement qui découlent de ce principe sont faciles à écrire lorsque le système est représenté par un certain nombre de variables normales indépendantes; elles se tirent, en effet, des équations d'équilibre (1) en ajoutant à chacune des actions extérieures la force d'inertie correspondante. Si J_α, J_β, ..., J_λ, sont les forces d'inertie qui se rapportent aux variables α, β, ..., λ, ces équations s'écriront :

$$(2) \qquad A + J_\alpha = \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \alpha}, \qquad \ldots, \qquad L + J_\lambda = \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \lambda}.$$

Ces équations, tirées du Principe de d'Alembert, ne suffisent pas à rendre compte des mouvements que l'on observe dans la Nature.

Leur insuffisance avait été déjà reconnue par l'Ancienne Mécanique en analysant certains mouvements purement locaux. Ainsi, l'étude de l'Hydrodynamique avait montré que de telles équations ne pouvaient rendre un compte exact du mouvement des fluides; les écarts observés, réunis sous le nom de *phénomènes de viscosité*, avaient déjà conduit Navier à compliquer les formules précédentes par l'introduction de nouveaux termes.

Cette insuffisance se marque plus nettement encore dans l'analyse de certains faits qui échappaient entièrement aux prises de l'Ancienne Mécanique.

Parmi les variables normales qui, jointes à la température, définissent un système, il s'en trouve parfois dont la valeur peut changer sans qu'aucune des masses élémentaires qui composent le système se déplace dans l'espace ; une telle variable ne figure pas dans l'expression de la force vive, et il en est de même de la *vitesse généralisée* qui lui correspond ; dès lors, la méthode donnée par Lagrange pour calculer les forces d'inertie montre que la force d'inertie relative à cette variable est toujours nulle ; on a affaire à une *variable sans inertie.*

Voici un exemple de variable sans inertie :

Au sein d'un récipient rigide, se trouve un mélange homogène de chlore, d'hydrogène et d'acide chlorhydrique ; pour fixer l'état d'un tel système, il suffit de joindre à la température une seule variable normale, le degré d'acidité du mélange gazeux. Lorsque la valeur de cette variable vient à croître, une certaine masse d'hydrogène et de chlore libres se transforme en une masse égale d'acide chlorhydrique ; mais chacune des masses élémentaires qui composent le mélange garde, dans l'espace, une position invariable ; cette affirmation suppose, bien entendu, que l'on n'attribue pas l'acte de la combinaison à des mouvements cachés, à des déplacements d'atomes, inaccessibles à l'observation ; mais c'est précisément le caractère de la Mécanique nouvelle d'exclure la considération de tels mouvements des schèmes qu'elle construit pour représenter la réalité. Le degré d'acidité du mélange est donc une variable sans inertie.

Une variable sans inertie donnerait, parmi les équations (2) qui régissent le mouvement du sys-

tème, une équation identique à la condition d'équilibre correspondante (1). En particulier, si l'état du système dépendait d'une seule variable hors la température et que cette variable fût sans inertie, les conditions d'équilibre devraient être à chaque instant vérifiées; à chaque instant, le système se trouverait précisément dans l'état où il demeurerait en équilibre si la température et les actions extérieures cessaient de varier. Si l'on portait à une température donnée un mélange d'hydrogène, de chlore et d'acide chlorhydrique contenu dans un récipient rigide, ce mélange présenterait aussitôt le degré d'acidité qui en assure l'équilibre à la température considérée.

L'expérience montre qu'il n'en est pas ainsi; la composition d'un tel système varie d'un instant a l'autre; l'équilibre n'est atteint qu'au bout d'un temps plus ou moins long.

La considération des variables sans inertie fait donc éclater aux yeux cette vérité que l'analyse des mouvements locaux avait déjà découverte : Le Principe de d'Alembert, accepté sans aucune modification, ne convient pas à l'établissement de la Dynamique générale.

Quel changement va-t-on apporter à ce principe? Ce changement est, en quelque sorte, imposé par les hypothèses faites, depuis Navier, dans l'étude des fluides visqueux.

A chacune des variables normales autres que la température absolue, on fera correspondre non seulement une action extérieure et une action d'inertie, mais encore une *action de viscosité;* chaque action de viscosité dépendra non seulement

de la température et des autres variables normales qui déterminent l'état du système, mais encore des *vitesses généralisées*, c'est-à-dire des dérivées par rapport au temps des diverses variables autres que la température; en outre, ces actions de viscosité posséderont une propriété essentielle qui permettra de les regarder comme des actions retardatrices, comme des *résistances passives; en aucune modification réelle du système, elles n'effectueront un travail positif*: elles pourront, pour certains mouvements réels, produire un travail nul; c'est ce qui aura toujours lieu si le système éprouve, dans l'espace, un déplacement d'ensemble qui n'en altère ni la configuration, ni l'état; mais, en général, le travail de viscosité sera négatif.

L'état du système, à chaque instant, n'est plus l'état d'équilibre qu'il présenterait si on le soumettait à la fois aux actions extérieures et aux forces d'inertie; c'est l'état dans lequel il demeurerait en équilibre si on le soumettait simultanément aux actions extérieures, aux forces d'inertie et aux actions de viscosité. Si donc on impose à ce système un déplacement virtuel qui n'altère pas sa température, ces trois sortes d'actions effectueront des travaux virtuels et la somme de ces trois espèces de travaux devra être égale à l'accroissement subi par le potentiel interne.

Tel est le principe sur lequel repose toute la Dynamique générale.

Brièvement esquissé par Helmholtz[1], il a reçu son

1. HELMHOLTZ · *Ueber die physikalische Bedeutung des Princips der kleinsten Wirkung* (*Borchardt's Journal für*

énoncé explicite dans nos recherches[1], prolongées par les travaux de M. L. Natanson[2].

Supposons que le système soit défini par sa température et par un certain nombre de variables normales $\alpha, \ldots, \lambda$, indépendantes les unes des autres; supposons que $v_\alpha, \ldots, v_\lambda$ soient les actions de viscosité qui correspondent à ces variables; les équations du mouvement du système seront non plus les équations (2), mais les équations

$$(3)\quad A + J_\alpha + v_\alpha = \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \alpha}, \quad \ldots, \quad L + J_\lambda + v_\lambda = \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \lambda}.$$

Arrêtons-nous un instant à ces équations qui condensent, en grande partie, les enseignements de la nouvelle Mécanique.

Les actions extérieures et les dérivées du Potentiel interne introduisent dans ces équations les diverses variables normales, y compris la température; les actions de viscosité dépendent, en outre, des *vitesses généralisées*, c'est-à-dire des dérivées premières, par rapport au temps, des variables normales, hors la température; à ces diverses grandeurs, les forces d'inertie adjoignent les *accélérations généralisées*, c'est-à-dire les dérivées

Mathematik, Bd. C, pp. 137 et 213, 1886. *Abhandlungen*, Bd. III, p. 203).

1. P Duhem *Commentaire aux Principes de la Thermodynamique*, 3e partie (*Journal de Mathématiques*, 4e série, t. X, p. 203, 1894). — *Théorie thermodynamique de la viscosité, du frottement et des faux équilibres chimiques* (*Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 5e série, t. II, 1896).

2. L. Natanson Mémoires divers publiés, à partir de 1896, dans le *Bulletin de l'Académie des Sciences de Cracovie* et dans la *Zeitschrift für physikalische Chemie*.

du second ordre, par rapport au temps, des mêmes variables. Les équations (3) sont donc, en général, ce que les géomètres nomment des *équations différentielles du second ordre.*

Ce caractère des équations (3) entraîne la conséquence suivante :

Le mouvement qu'un système, soumis à des actions données, prend à partir d'un instant donné n'est pas déterminé si l'on connaît seulement l'état du système à l'instant initial, en général, il faut y joindre la connaissance des valeurs initiales prises par les vitesses généralisées.

Mais cette loi, qui est le fondement même de la Dynamique classique, comporte, en Dynamique générale, des exceptions.

Lorsqu'une variable normale est sans inertie, l'accélération généralisée qui lui correspond disparaît des équations (3). En particulier, si le système est défini exclusivement par des variables sans inertie, les équations du mouvement cessent d'être des équations différentielles du second ordre, pour n'être plus que des équations du premier ordre. Dès lors, le mouvement pris, à partir d'un certain instant, par le système soumis à des actions données, est déterminé par la seule connaissance de l'état initial et sans aucun recours aux vitesses initiales.

Cette remarque est d'importance. En effet, les systèmes qui intéressent le chimiste sont, presque toujours, définis par des variables qui correspondent à des forces d'inertie nulles ou négligeables. La Dynamique des systèmes sans inertie implique donc, en très grande partie, la Dynamique chi-

mique. Ce que nous venons de dire suffit à montrer que plusieurs propositions, vraies dans la Dynamique des mouvements locaux, ne pourront s'étendre à la Dynamique des réactions chimiques; cependant, ces deux Dynamiques, incompatibles en apparence, se tirent d'une même Dynamique générale; mais l'une en dérive le plus souvent en négligeant les actions de viscosité, et l'autre en biffant les forces d'inertie[1].

1. P Duhem : *Théorie thermodynamique de la viscosité du frottement et des faux équilibres chimiques* (*Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 5e série, t. II; 1896). — *Traité élémentaire de Mécanique chimique, fondé sur la Thermodynamique*, livre II, t. I, p. 201, Paris, 1897. — *Thermodynamique et Chimie; leçons élementaires a l'usage des chimistes*, p. 455, Paris, 1902.

CHAPITRE X

LES RELATIONS SUPPLÉMENTAIRES

Ces réflexions ne sont pas les seules auxquelles donnent lieu les équations générales du mouvement.

Pour que le mouvement d'un système soit déterminé, il faut — au sens général que nous donnons au mot mouvement — connaître, à chaque instant, la valeur de la température et des variables normales; la détermination du mouvement, c'est donc la détermination, en fonctions du temps, de la température et des variables normales.

Chacune des variables normales, hors la température, fournit une des equations (3) qui régissent le mouvement; il est donc visible que le nombre de ces équations est inférieur d'une unité au nombre des fonctions à déterminer [1].

Si le système se composait de diverses parties portées à des températures différentes, le nombre

1. P. Duhem : *Hydrodynamique, Élasticité, Acoustique*, t. I, p. 18 et p. 99, Paris, 1891. — *Commentaire aux Principes de la Thermodynamique*, 3e partie : Les Équations générales de la Thermodynamique, chapitre II (*Journal de Mathématiques pures et appliquees*, 4e série, t. X, p. 225, 1894).

des fonctions inconnues surpasserait encore le nombre des équations du mouvement fournies par la Thermodynamique; l'excès serait égal au nombre des températures indépendantes qu'il y a lieu de considérer.

Les principes posés jusqu'ici ne suffisent donc pas à mettre complètement en équations le problème général de la Dynamique; pour que cette mise en équations soit sans lacune, il faut, aux relations déjà obtenues, adjoindre autant de *relations supplémentaires* qu'il y a de températures distinctes à déterminer, et ces relations, il les faut tirer de principes nouveaux.

Quels seront ces principes?

Décomposons le système en parties dont chacune aura, à chaque instant, une température uniforme, tandis que la température pourra n'être pas la même pour deux parties différentes. Les principes que nous avons posés suffisent à calculer la quantité de chaleur dégagée, pendant un temps infiniment court, par chacune de ces parties. Ce calcul, d'ailleurs, met en évidence un résultat qu'il nous faut signaler incidemment[1].

Prenons la quantité de chaleur dégagée par chacune des parties du système; divisons-la par la température absolue de cette partie; formons la somme des quotients ainsi obtenus, et ajoutons-y l'accroissement éprouvé par l'Entropie du système,

1. P Duhem *Commentaire aux Principes de la Thermodynamique*, 3e partie Les Équations générales de la Thermodynamique (*Journal de Mathematiques pures et appliquees*, 4e série, t. X, p. 228 et p. 238; 1894). — *Théorie thermodynamique de la viscosite, du frottement et des faux equilibres chimiques*, p. 41, Paris, 1896.

la valeur ainsi obtenue est, en général, positive. Cette proposition énonce, sous la forme la plus compréhensive, la célèbre *inégalité de Clausius*[1] qui, si puissamment et si heureusement, a influé sur l'évolution de la Mécanique. Toutefois, dans certains cas exceptionnels, la somme que nous venons de former est nulle ; c'est ce qui a lieu, en particulier, si toutes les actions de viscosité sont nulles ; ainsi, pour les systèmes sans résistance passive qu'étudiait l'Ancienne Mécanique, l'inégalité de Clausius se transforme en égalité.

Mais revenons à la formation des relations supplémentaires.

Le calcul de la quantité de chaleur dégagée par chacune des parties du système fait intervenir les actions extérieures, le Potentiel interne, les forces d'inertie, c'est-à-dire les températures, les variables normales, les vitesses généralisées et les accélérations généralisées. C'est donc en fonction de toutes ces grandeurs ou de quelques-unes d'entre elles que se trouvera évaluée la quantité de chaleur dégagée par chaque partie du système.

Supposons maintenant que des hypothèses, distinctes de celles que nous avons invoquées jusqu'ici, nous fournissent une autre expression de cette même quantité de chaleur ; du rapprochement entre ces deux expressions, jaillira une relation entre les variables qui fixent l'état du système ; nous obtiendrons ainsi autant de relations supplémentaires qu'il y a, dans le système, de

1. Voir Première Partie, Chapitre XII : *L'impossibilité du mouvement perpétuel.*

parties ou, en d'autres termes, qu'il y a de températures indépendantes les unes des autres.

Cette seconde expression de la quantité de chaleur que chacune des parties du système cède aux parties contiguës, elle nous est fournie par la théorie des échanges de chaleur que permet la conductibilité. Cette théorie, imaginée comme l'on sait par Fourier, devient ainsi l'auxiliaire indispensable de la Thermodynamique ; elle seule rend possible la formation des relations supplémentaires sans lesquelles la mise en équation du problème de la Dynamique serait incomplète.

L'étude de la propagation de la chaleur par conductibilité d'une région à l'autre du système est liée d'une manière intime et inextricable à l'étude du mouvement de ce système; l'un de ces deux problèmes ne peut être traité indépendamment de l'autre. Du moins, en est-il ainsi en général. Mais la dissociation de ces deux problèmes, ordinairement impossible, devient possible en certains cas particuliers; les cas traités par l'Ancienne Mécanique sont de ce nombre.

Dès lors, la question suivante[1] s'impose à notre attention : Quels sont les systèmes dont le mouvement peut être étudié sans faire appel aux relations supplémentaires? Et, tout aussitôt, cette question se transforme en celle-ci : Quels sont les

1. P Duhem · *Sur l'équation des forces vives en Thermodynamique et les relations de la Thermodynamique avec la Mécanique classique* (*Procès-verbaux de la Societe des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, seance du 23 décembre 1897). — *L'integrale des forces vives en Thermodynamique* (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 5e série, t. IV, p. 5, 1898).

systèmes dont les équations du mouvement, telles que les donne la Thermodynamique, ne contiennent pas les températures des divers corps ?

De tels systèmes ne doivent pas être affectés de viscosité, car les actions de viscosité dépendent sûrement de la température ; les équations qui régissent leur mouvement sont donc non pas les équations (3), mais simplement les équations (2). Si l'on cherche quels sont les systèmes où les équations (2) ne contiennent pas les températures des diverses parties, on trouve aussitôt que ces systèmes sont caractérisés de la manière suivante : Leur Potentiel interne est la somme de deux termes ; le premier terme dépend des températures des diverses parties et point des autres variables normales ; le second terme ne dépend pas des températures et dépend seulement des autres variables.

Ce sont là des systèmes très remarquables ; au cours des déductions thermodynamiques, on les rencontre à chaque instant, à titre de cas exceptionnels. Une propriété essentielle découle de la forme de leur Potentiel interne : en une modification réelle ou virtuelle qui laisse invariable la température de chaque partie, ces systèmes ne dégagent point, n'absorbent point de chaleur ; pour eux, toute modification *isothermique* est, en même temps, une modification *adiabatique*.

On peut aisément donner un exemple de tels *systèmes isothermo-adiabatiques* : il suffit de prendre un ensemble de corps dont chacun garde une figure invariable et de supposer que l'état de chacun de ces corps est entièrement défini par sa

position dans l'espace et par la distribution que la température affecte en lui. Or, un tel ensemble représente bien le type général des systèmes qu'étudiait l'Ancienne Mécanique. On comprend donc que l'on puisse déterminer le mouvement de tels systèmes sans faire aucun appel à la théorie de la conductibilité ; que, pour eux, l'établissement des équations de la Dynamique ait précédé la découverte des lois de propagation de la chaleur Les formules qui régissent cette propagation interviennent seulement, une fois connu le mouvement du système, pour étudier les variations de la température des divers corps ; une fois le mouvement des astres déterminé par la Mécanique céleste, on peut, avec Fourier, se proposer de déterminer la distribution des températures sur chacun d'eux.

Cette résolution *en deux temps* du problème de la Dynamique n'est possible, nous l'avons dit, que pour les systèmes isothermo-adiabatiques ; le mouvement d'aucun autre système ne peut être déterminé si l'on ne tient compte des relations supplémentaires. Les géomètres ont été contraints de reconnaître cette vérité aussitôt qu'ils ont voulu, pour traiter de la propagation du son dans l'air, analyser un système étranger à cette catégorie si particulière, la correction apportée par Laplace à l'expression de la vitesse du son qu'avait donnee Newton consistait essentiellement à substituer une relation supplémentaire à une autre.

CHAPITRE XI

L'ÉQUATION DE LA FORCE VIVE ET L'ÉNERGIE UTILISABLE

L'équation de la force vive a joué un rôle essentiel dans le développement de l'Ancienne Mécanique[1]; cherchons ce qu'elle devient dans la Mécanique nouvelle[2]; cette question va nous ramener à la considération de la forme prise par les relations supplémentaires.

En toute modification virtuelle sans changement de température, la somme des travaux des actions extérieures, des forces d'inertie et des actions de viscosité est égale à l'accroissement du Potentiel interne.

Écrivons l'égalité qui exprime cette proposition

1. Voir . Première partie, Chapitre VII : *Le Principe de d'Alembert et la Dynamique de Lagrange.*

2. P. DUHEM · *Sur l'équation des forces vives en Thermodynamique et les relations de la Thermodynamique avec la Mécanique classique* (*Proces-verbaux de la Société des Sciences Physiques et Naturelles de Bordeaux*, séance du 23 décembre 1897). — *L'intégrale des forces vives en Thermodynamique* (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 5e série, t. IV, p. 5, 1898).

en attribuant comme variation virtuelle, à chacune de nos variables normales, précisément la variation réelle qu'elle éprouve, en un temps infiniment court, par l'effet du mouvement du système. Le travail virtuel des actions extérieures, le travail virtuel des actions d'inertie deviennent les travaux réels que ces actions accomplissent dans le temps considéré; le travail virtuel des forces d'inertie devient la diminution que subit, dans le même temps, la force vive du système; quant à l'accroissement que subissait le Potentiel interne dans la modification isothermique virtuelle, il ne devient pas égal à l'accroissement que subit la même grandeur en la modification réelle, car, ordinairement, celle-ci n'est plus isothermique.

Donc, en général, l'excès du travail que les actions extérieures et les actions d'inertie accomplissent réellement pendant un certain laps de temps, sur l'accroissement qu'éprouve la force vive pendant le même laps de temps, ne peut être égalé à l'accroissement que prendrait une certaine grandeur entièrement déterminée par l'état du système.

Mais cette proposition, fausse en général, peut être vraie dans certains cas particuliers et ces cas, il est essentiel de les connaître. Recherchons donc les circonstances dans lesquelles le second membre de l'*équation de la Force vive*, traduction de la proposition précédente, devient l'accroissement d'une certaine grandeur qui dépend seulement de l'état du système. Lorsqu'une telle grandeur existera, nous la nommerons l'*Énergie utilisable* du système; pour quelle raison, c'est ce que nous verrons tout à l'heure.

Tout d'abord, un système peut-il admettre une Énergie utilisable quelle que soit la forme attribuée aux relations supplémentaires?

Pour qu'il en soit ainsi, on le voit sans peine, le Potentiel interne doit être la somme de deux termes, dont l'un dépend exclusivement des températures et point des autres variables normales, tandis que l'autre dépend des variables normales et point des températures; en d'autres termes, le système considéré doit se transformer en un système *isothermo-adiabatique* si on le prive de ses actions de viscosité; d'ailleurs, en un tel système, l'Énergie utilisable se confond avec le Potentiel interne qui ne dépend pas des températures.

Parmi les systèmes que nous venons de définir se trouvent ceux qu'étudie l'ancienne Mécanique.

Les autres systèmes ne sauraient admettre une énergie utilisable en toutes circonstances et quelle que soit la forme des relations supplémentaires. Mais certaines formes particulières attribuées à ces relations peuvent leur assurer une telle Énergie. C'est ce qui arrive, en particulier, lorsque les relations supplémentaires rendent invariable la température de chacune des parties du système, lorsque, par conséquent, toutes les modifications réelles sont *isothermiques* ; ce sont précisément les conditions qui sont remplies en un système de conductibilité parfaite dont la surface est maintenue à une température uniforme et invariable. L'Énergie utilisable se confond alors avec le Potentiel interne.

Il est un autre cas où le système admet une énergie utilisable en vertu des relations supplémentaires ; c'est le cas où ces relations transfor-

ment l'Entropie de chacune des parties du système en une fonction de la seule température de cette partie ; d'ailleurs, avec la forme de cette fonction change la grandeur qui joue le rôle d'Énergie utilisable.

Ce cas est réalisé sous son aspect le plus simple lorsque l'Entropie de chacune des parties du système garde nécessairement, en toute modification réelle, une valeur invariable. Pour un système dont toutes les modifications réelles sont *isentropiques*, l'Énergie utilisable est identique à l'Énergie interne.

Ce cas n'est point dépourvu de tout sens physique.

Si le système est exempt de viscosité et si l'absence de conductibilité empêche ses diverses parties d'échanger aucune quantité de chaleur soit entre elles, soit avec les corps étrangers, chacune de ces parties garde, au cours du mouvement, une Entropie invariable. On rencontre, en Physique, des systèmes qui sont approximativement soumis à de telles conditions ; les mouvements d'une masse gazeuse dont la conductibilité et la viscosité sont très faibles sont des mouvements sensiblement isentropiques ; c'est, en effet, ce que Laplace a admis touchant les mouvements qui propagent le son dans l'air, tandis que Newton les supposait isothermiques.

Après avoir énuméré les divers cas où un système admet une Énergie utilisable, il nous reste à justifier cette dénomination.

Lorsqu'on assemble des corps et qu'on les assujettit à subir des modifications qui, de leur en-

semble, fassent un *moteur*, on peut se proposer d'en tirer deux sortes d'effets. On peut leur demander de déplacer ou de modifier certaines parties du système contrairement aux tendances des actions extérieures ou, en d'autres termes, d'obliger les actions extérieures à effectuer un travail négatif ; à une grue ou à un ascenseur, on demande d'élever une charge pesante. On peut aussi leur demander d'accroître la force vive d'une partie du système ; on emploie un arc ou un canon à lancer un projectile.

Il est donc naturel de prendre pour mesure de l'*effet mécanique utile* d'une modification accomplie en un système l'accroissement de la force vive du système diminué du travail des actions extérieures.

S'il s'agit d'un système qui admet une Énergie utilisable, nous tirons immédiatement de l'équation de la force vive la proposition que voici : L'effet mécanique utile surpasse la diminution de l'Énergie utilisable d'une quantité égale au travail des actions de viscosité. Or, on se souvient que le travail réel des actions de viscosité ne peut jamais être positif. La proposition précédente peut donc s'énoncer de la manière que voici : L'effet mécanique utile d'une modification ne peut jamais dépasser la perte d'Énergie utilisable que le système subit en cette modification ; en général, il lui est inférieur : exceptionnellement, il lui est égal si la modification n'entraîne aucun travail des actions de viscosité.

Cette proposition justifie la dénomination d'Énergie utilisable.

Si toutes les modifications du système sont iso-

thermiques, le rôle d'Énergie utilisable est tenu, nous l'avons dit, par le Potentiel interne; de là les dénominations d'*available Energy*, de *freie Energie*, que Gibbs, Maxwell et Helmholtz avaient attribuées à ce Potentiel. Mais le Potentiel interne ne tient ce rôle que pour les modifications isothermiques; pour les modifications isentropiques, par exemple, il le cède à l'Énergie interne; de là l'importance de cette dernière pour évaluer l'effet utile d'une charge de poudre qui détone dans une enceinte imperméable à la chaleur et le nom de *Potentiel explosif* qu'elle prend en Balistique.

CHAPITRE XII

LA STABILITÉ ET LE DÉPLACEMENT DE L'EQUILIBRE

La notion d'Énergie utilisable marque toute son importance dans les discussions relatives à la stabilité d'un état d'équilibre. Lorsqu'un système admet une Énergie utilisable, lorsqu'en outre le travail virtuel des actions extérieures est la diminution d'un potentiel, entièrement déterminé par l'etat du système, la proposition célèbre de Lagrange[1], la rigoureuse démonstration de Lejeune-Dirichlet s'étendent d'elles-mêmes ; l'équilibre est assurément stable dans un état où la somme de l'Énergie utilisable et du potentiel externe a une valeur minimum.

S'il s'agit d'un de ces systèmes exceptionnels pour lesquels il existe une Énergie utilisable quelle que soit la forme donnée aux relations supplémentaires, aucune restriction ne vient compliquer l'énoncé ni limiter la portee du théorème précé-

1. Voir . Première Partie, Chapitre VII . *Le Principe de d'Alembert et la Dynamique de Lagrange.*

dent; ainsi en est-il dans le domaine de l'Ancienne Mécanique.

Il n'en est plus de même si le système n'admet d'Énergie utilisable qu'en vertu de la forme particulière attribuée aux relations supplémentaires; dans ce cas, le minimum dont parle la proposition précédente ne doit plus être tel que l'Énergie utilisable croisse en toute modification virtuelle à partir de l'état qui correspond à ce minimum, mais seulement en toute modification virtuelle où la forme des relations supplémentaires est respectée; en outre, la stabilité ne serait pas assurée par le critérium que nous venons d'enoncer si les mouvements réels du système ne sauvegardaient pas ces mêmes relations supplémentaires; il va sans dire, d'ailleurs, que l'Énergie utilisable dont il est question est celle qui découle de la forme particulière attribuée aux relations supplémentaires.

Supposons, par exemple, que la somme de l'Énergie interne et du potentiel externe ait une valeur minimum, non point parmi toutes les valeurs que cette somme peut prendre, mais parmi toutes celles qu'elle peut prendre sans qu'aucune des parties du système change d'Entropie; le système est assurément en équilibre stable s'il n'est capable que de modifications isentropiques; mais la stabilité n'est plus assurée si le système peut prendre des mouvements qui ne soient pas isentropiques, par exemple des mouvements isothermiques; la *stabilité isentropique* de l'équilibre n'entraîne pas la *stabilité isothermique*. Si l'on veut assurer la stabilité isothermique de l'équilibre, on ne doit plus chercher à rendre minimum la somme de

l'Énergie interne et du Potentiel externe, mais le *Potentiel total*, c'est-à-dire la somme du Potentiel interne et du Potentiel externe ; et ce Potentiel total, on le doit rendre minimum non pas pour toute modification virtuelle imposée au système, mais pour toute modification virtuelle qui n'altère pas la température.

Un système, avons-nous dit, que l'on place dans un certain état d'équilibre, peut s'y trouver en équilibre stable si les modifications isentropiques lui sont seules permises, tandis que son équilibre perdrait peut-être toute stabilité si l'on cessait de prohiber les mouvements isothermiques. Au contraire, en un état d'équilibre où la stabilité isothermique est assurée, la stabilité isentropique l'est également[1].

La démonstration de cette proposition nécessite que l'on fasse appel à une hypothèse qui doit être regardée comme un des principes fondamentaux de la Thermodynamique ; nous avons proposé de nommer cette hypothèse le *Postulat de Helmholtz*, car Helmholtz l'a énoncée[2] explicitement, sans toutefois la regarder comme un principe distinct.

Imaginons que l'état d'un système dont tous les points sont à la même température soit défini par

1. P. Duhem *Commentaire aux Principes de la Thermodynamique*, 3e partie Les équations générales de la Thermodynamique, chapitre IV (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 4e série, t. X, p. 262 ; 1894). — *Traité élémentaire de Mécanique chimique fondée sur la Thermodynamique*, livre I, t. I, chapitre x, p. 163, Paris, 1897.

2. Helmholtz : *Zur Thermodynamik chemischer Vorgänge*, I (*Sitzungsberichte der Berliner Akademie*, 1882, 1er semestre, p. 12 et p. 19. — *Abhandlungen*, Bd. II, pp. 969 et 978).

la valeur absolue de cette température et par un certain nombre d'autres variables normales; imaginons aussi qu'en gardant sa valeur à chacune de celles-ci, nous donnions à la temperature absolue un accroissement infiniment petit; le système absorbe une quantité de chaleur infiniment petite; le rapport de la quantité de chaleur absorbée à l'accroissement de la température est une grandeur dont la valeur ne dépend que de l'état du système; c'est la *capacité calorifique normale* de ce système.

Pour tout système, la capacité calorifique est positive; tel est le postulat de Helmholtz.

Ce postulat, dégagé de sa forme algébrique, prend un sens concret très simple et très saisissant. Visiblement, on peut l'énoncer ainsi : Pour élever la température d'un système, pour l'*échauffer*, sans lui faire éprouver aucun autre changement d'état, il faut lui fournir de la chaleur, il faut le *chauffer*. Mis sous cette forme, le postulat de Helmholtz apparaît comme la justification des mots *quantité de chaleur*, employés pour désigner un symbole algébrique qui paraissait sans lien avec la notion de température, partant avec nos sensations de chaud et de froid.

Mais il ne faudrait pas se méprendre sur la portée du nouvel énoncé et croire qu'il confère au postulat de Helmholtz une évidence expérimentale; il renferme un membre de phrase obscur et ambigu : élever la température d'un système *sans lui faire éprouver aucun autre changement d'état* est une expression dont le sens change avec la nature des variables que l'on associe à la température pour déterminer l'état du système.

Vraie lorsque ces variables sont des variables normales, la proposition pourrait ne plus l'être dans d'autres cas. En fait, l'étude de la vaporisation des liquides a introduit l'emploi de certaines variables non normales et la considération d'une certaine chaleur spécifique relative à ces variables, la *chaleur spécifique de la vapeur saturée*; or, dans certaines circonstances, la chaleur spécifique de la vapeur saturée peut être négative.

Le cas où le postulat de Helmholtz est sûrement vrai se distingue des autres cas par un caractère très précis; dans le premier cas, un changement de température sans changement d'état n'entraîne aucun travail des actions extérieures; il n'en est pas de même dans les autres cas; on peut donc préciser de la manière suivante l'énoncé concret de ce postulat : Pour élever la température d'un système sans produire ni changement d'état, *ni travail externe*, il faut lui fournir de la chaleur; il faut lui en enlever pour abaisser cette température.

C'est grâce au postulat de Helmholtz que, sur un système qui n'éprouve aucun changement d'état, qui ne donne lieu à aucun travail externe, et qui est enfermé dans une enceinte de température uniforme et invariable, la conductibilité et le rayonnement tendent à rendre la température partout égale à celle de l'enceinte; par cette conséquence, le postulat de Helmholtz se rattache aux idées de Sadi Carnot et de Clausius.

Au lieu d'echauffer, sans lui faire subir aucun autre changement d'état, un système défini par des variables normales, on peut l'échauffer en maintenant invariables les actions extérieures qu'il

subit ; on est alors conduit à considérer la *capacité calorifique sous actions constantes* ; si les conditions de stabilité isothermique sont remplies, la capacité calorifique sous actions constantes est supérieure à la capacité calorifique normale ; elle est donc positive. Par exemple, la chaleur spécifique sous pression constante d'un gaz est plus grande que la chaleur spécifique à densité constante, ainsi que l'avaient déjà reconnu Laplace et Poisson.

L'étude de la stabilité isentropique, de ses relations avec la stabilité isothermique, conduit encore à bien des remarques intéressantes ; pour les passer en revue, il faudrait trop de place ; omettons-les donc, afin de nous arrêter aux principales conséquences du critérium de stabilité isothermique.

La Mécanique nouvelle étend à de nouveaux domaines l'application de la proposition de Lagrange et de Lejeune-Dirichlet, et cette extension est immense.

L'ancienne Mécanique pouvait légitimement tirer de cette proposition les conditions qui suffisent à assurer l'équilibre stable d'un liquide incompressible ou bien encore d'un solide flottant à la surface d'un tel liquide. Dans le cas où les forces extérieures se réduisent à la pesanteur, le premier problème n'offre aucune difficulté ; le second a été résolu par Bravais et par M. Guyou. Mais l'étude des fluides compressibles excédait la portée des méthodes classiques. La nouvelle Mécanique, au contraire, peut donner les conditions qui suffisent à assurer la stabilité isothermique de l'équilibre pour un fluide compressible dont les éléments n'agissent

pas les uns sur les autres, que ce fluide existe seul ou qu'il porte un flotteur solide[1].

Les problèmes divers que soulève l'étude de l'électricité et du magnétisme offrent également de nombreuses occasions d'appliquer les nouvelles méthodes; citons-en quelques-unes.

Une masse de fer doux, placée dans un champ magnétique et privée de tout support et de tout appui, peut-elle demeurer en équilibre? Selon une ancienne légende, le cercueil de Mahomet demeurerait ainsi, flottant en l'air, en une mosquée de Médine. Si la distribution du magnétisme est stable sur la masse de fer doux, maintenue immobile, l'équilibre de cette masse devient forcément instable lorsqu'on lui restitue la faculté de se mouvoir en tout sens[2]; le moindre souffle suffirait à précipiter le cercueil de Mahomet sur le sol ou vers l'un des aimants qui l'attirent.

Faraday a expliqué les phénomènes présentés par les corps diamagnétiques, tels que le bismuth, en supposant que ces corps avaient un coefficient d'aimantation négatif. Or, sur de tels corps, la distribution magnétique ne posséderait pas la stabilité isothermique. Ce résultat, obtenu par

1. P. Duhem, *Hydrodynamique, Élasticité, Acoustique*, livre II, t. I, chapitre II, p. 80, Paris, 1891. — *Sur la stabilité de l'équilibre des corps flottants* (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 5e série, t. I, p. 91, 1895). — *Sur la stabilité d'un navire qui porte du lest liquide* (*Ibid.*, t. II, p. 23, 1896). — *Sur la stabilité de l'equilibre d'un corps flottant à la surface d'un liquide compressible* (*Ibid.*, t. III, p. 151, 1897).

2. P. Duhem : *Theorie nouvelle de l'aimantation par influence fondée sur la Thermodynamique*, chapitre IV, § 2, Paris, 1888. — *Leçons sur l'Électricite et le Magnetisme*, t. II, p. 215, Paris, 1892.

Beltrami et par nous[1] à la suite de recherches simultanées et indépendantes, entraîne le rejet de l'hypothèse formulée par Faraday; presque forcément, elle conduit à accepter une autre hypothèse qu'avait émise Edmond Becquerel; l'éther du vide serait magnétique et les corps diamagnétiques seraient simplement des corps moins magnétiques que l'éther; de là, on peut, par voie d'analogie, tirer un précieux argument en faveur des théories électriques de Maxwell et de Helmholtz, qui attribuent à l'éther un pouvoir diélectrique.

C'est dans le domaine de la Mécanique chimique, si peu accessible aux théories de l'Ancienne Mécanique, que les méthodes nouvelles et, en particulier, la théorie de la stabilité isothermique, donnent leurs conséquences les plus fécondes. L'étude de la stabilité de l'équilibre apparaît comme le complément indispensable de la Statique; touchant cette étude, M. Gibbs avait donné quelques indications; elle a pris aujourd'hui de grands développements.

De ces développements, voici quel est le point de départ :

Plusieurs fluides sont mélangés entre eux, mais incapables d'exercer les uns sur les autres aucune réaction chimique; leurs éléments n'agissent pas les uns sur les autres; ils sont soustraits à toute

1. E. Beltrami *Note fisico-matematiche* (*Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, t. III, séance du 10 mars 1889). — P. Duhem . *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CV, p. 798, 1887, — t. CVI, p. 736, 1888, — t. CVIII, p. 1042; 20 mai 1889. — *Des corps diamagnétiques* (*Travaux et Mémoires des Facultés de Lille;* 1889). — *Leçons sur l'Électricité et le Magnétisme*, t. II, p. 221, Paris, 1892).

action extérieure, sauf à celle d'une pression normale, uniforme et constante. L'homogénéité caractérise évidemment l'état d'équilibre d'un tel mélange. Cet état d'équilibre possède-t-il la stabilité isothermique? Il la possède sûrement moyennant certaines conditions que l'on forme aisément.

Ces conditions obtenues, admettons qu'elles soient vérifiées par les divers mélanges qui forment un système chimique ; admettons, en d'autres termes, que chacun de ces mélanges serait capable d'un état d'équilibre doué de stabilité isothermique si l'on privait d'activité chimique les divers corps qui le composent. Si nous rendons alors à ces corps la faculté de donner lieu à des réactions, nous pourrons énoncer [1] les propositions suivantes :

Que le système chimique soit maintenu sous une pression invariable ou qu'il soit enfermé dans un récipient de volume invariable, en aucun cas, il ne peut présenter d'équilibre isothermique instable, tous les équilibres chimiques atteints dans ces conditions sont stables ou indifférents.

L'indifférence isothermique sous pression constante caractérise les états d'équilibre de toute une catégorie de systèmes chimiques, de ceux où le nombre des *phases* surpasse le nombre des *composants indépendants*. La stabilité isothermique, au contraire, est la règle générale lorsque le nombre

1. P. Duhem. *On the general Problem of the chemical Statics* (*Journal of physical Chemistry*, vol. II, p. 1 et p. 19, 1898). — *Traité élémentaire de Mécanique chimique, fondée sur la Thermodynamique*, livre IX, t. IV, chapitres I et III, pp. 281 et 346; Paris, 1899.

des phases est au plus égal au nombre des composants indépendants.

Toutefois, si la stabilité isothermique est alors la règle, cette règle souffre des exceptions. Le systèmes où le nombre des composants indépendants est égal au nombre des phases peuvent présenter des états d'équilibre qui sont indifférents si l'on maintient invariables la température et la pression ; et ces *états indifférents*, par cela même qu'ils sont exceptionnels, excitent à un haut degré l'intérêt du physicien ; des théorèmes d'une grande importance, découverts par Gibbs et retrouvés par M. Konovalow, les caractérisent.

Aussi les plus simples de ces états indifférents ont-ils été, tout d'abord, signalés par des expérimentateurs, M. Bakhuis Roozeboom et M. Guthrie ; ils se produisent lorsqu'un hydrate d'une certaine substance se trouve en présence d'une solution aqueuse de cette substance et que la solution a exactement même composition que l'hydrate. Des états indifférents plus compliqués ont été soit observés par les chimistes, soit prévus par les théoriciens, notamment par M. Paul Saurel[1].

Les systèmes dont les états d'équilibre possèdent la stabilité isothermique sont soumis à des lois qui fournissent à l'expérimentateur des indications qualitatives extrêmement précieuses ; nous voulons parler des lois relatives au *déplacement de l'équilibre*.

Parmi les diverses lois que l'on peut ranger

1. PAUL SAUREL : *Sur l'équilibre des systèmes chimiques* (Thèse de Bordeaux, 1900).

sous ce nom, nous en choisirons deux qui sont, en Mécanique chimique, d'une importance considérable : La loi du *déplacement isothermique par variation de la pression* et la loi du *déplacement par variation de la température*. Ces deux lois ont été formulées en 1884, celle-ci par M. J. H. van't Hoff, celle-là par M. H. Le Chatelier; mais, seule, la Mécanique fondée sur la Thermodynamique a permis de les relier rigoureusement à la notion de stabilité et même de les énoncer d'une manière entièrement correcte [1].

Un système chimique est en équilibre et cet équilibre serait stable si l'on maintenait invariables la température et la pression.

Sans charger la température, on donne à la pression un accroissement infiniment petit, puis on la fixe dans sa nouvelle valeur. L'équilibre du système est troublé; après un certain laps de temps, un nouvel état d'équilibre s'établit, infiniment voisin du premier; de quelle nature est la réaction chimique que le système doit éprouver pour passer du premier état d'équilibre au second? La réponse à cette question est fort simple. La réaction dant il s'agit doit présenter le caractère que voici : Accomplie sous la pression primitive

1. P. Duhem : *Sur le déplacement de l'équilibre* (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, t. IV, N. 1890). — *Sur le déplacement de l'équilibre* (*Annales de l'École Normale Supérieure*, 3e série, t. IX, p. 375, 1892). — *Commentaire aux Principes de la Thermodynamique*, 3e partie Les équations générales de la Thermodynamique, chapitre IV (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 4e série, t. X, p. 262; 1894). — *Traite élementaire de Mécanique chimique fondée sur la Thermodynamique*, livre I, tome I; chapitres VIII à XI, Paris, 1897.

et à la température primitive, maintenues toutes deux invariables, elle ferait décroître le volume du système.

Ainsi, la décomposition du gaz chlorhydrique par l'oxygène donne de la vapeur d'eau et du chlore; accomplie à température constante et sous pression constante, cette réaction est accompagnée d'une diminution de volume. A une température déterminée et sous une pression déterminée, il s'établit entre les quatre gaz un état d'équilibre stable; un accroissement de pression sans variation de température détermine la production d'un autre état d'équilibre stable; du premier état au second, on devra passer en décomposant par l'oxygène une certaine quantité de gaz chlorhydrique. Donc, à une température donnée, le mélange sera d'autant plus riche en chlore que la pression aura une plus grande valeur.

Cet exemple montre à la fois combien sont importantes, et combien aisées à déduire, les propositions relatives au déplacement de l'équilibre par variation de pression. La loi du déplacement de l'équilibre par variation de la température entraîne des conséquences autrement graves et jette une lumière autrement vive sur l'ensemble de la Statique chimique.

Un système est en équilibre à une température déterminée et, par exemple, sous une pression déterminée. Si l'on maintenait invariables la température et la pression, cet équilibre serait stable. Sans changer la pression, on donne à la température un accroissement infiniment petit, le système éprouve une transformation qui le conduit à un

nouvel état d'équilibre. Que savons-nous de cette transformation? Ceci : accomplie sous la pression initiale et à la température initiale, elle absorberait de la chaleur.

Un mélange d'oxygène, d'hydrogène, de vapeur d'eau, soumis à une pression déterminée, telle que la pression atmosphérique, est en équilibre stable à une température déterminée; la composition de ce mélange se trouve egalement déterminée. Élevons quelque peu la température, tout en maintenant le mélange sous la pression atmosphérique ; la composition du mélange en équilibre va changer; la réaction qui produit ce changement devrait absorber de la chaleur si elle était accomplie à température constante et sous pression constante; elle consiste donc en la destruction d'une certaine quantité de vapeur d'eau, puisque la vapeur d'eau est un composé exothermique. Ainsi, sous une pression invariable, la vapeur d'eau subit une dissociation d'autant plus complète que la température est plus élevée.

Le principe du déplacement de l'équilibre par variation de la température nous montrerait de même qu'un composé endothermique, chauffé sous pression constante, est d'autant moins décomposé que la température est plus élevée.

Ces propositions résolvent un des problèmes les plus importants et les plus débattus de la Chimie.

En effet, depuis la fin du XVIIIe siècle, les chimistes ont tenté d'opposer les unes aux autres, autrement que par le signe de la quantité de chaleur mise en jeu, les *réactions exothermiques* et les *réactions endothermiques*.

Ils ont pensé, d'abord, que toute combinaison était exothermique, que toute décomposition était endothermique. En découvrant des composés endothermiques, P. A. Favre a donné le coup de grâce à cette théorie.

Alors l'hypothèse thermochimique, formulée par M. J. Thomsen, vit dans les composés exothermiques ceux qui peuvent se former directement au moyen de leurs éléments, dans les composés endothermiques ceux qui peuvent se décomposer spontanément. De cette hypothèse, longtemps triomphante, l'expérience a fait justice.

Voici que la Mécanique générale, fondée sur la Thermodynamique, nous présente sous un nouvel aspect l'opposition entre les combinaisons exothermiques et les combinaisons endothermiques, tandis qu'une élévation de température détermine la destruction des premières, elle favorise la formation des secondes.

Cette opposition nouvelle, qui rend si bien compte des dissociations et des synthèses produites aux très hautes températures par H. Sainte-Claire Deville, par Debray, par MM. Troost et Hautefeuille, avait été aperçue par Lavoisier et Laplace[1] et presque aussitôt oubliée. Les progrès de la Thermodynamique la ramenèrent au jour il y a un quart de siècle, ils la découvrirent tout d'abord pour les systèmes en équilibre indifférent; impliquée dans les constructions géométriques de Gibbs[2],

1. Lavoisier et de Laplace *Mémoire sur la chaleur*, lu à l'Académie des Sciences, le 18 juin 1783 (*Memoires de l'Académie des Sciences pour l'année* 1780, pp. 387-388).

2. J. Willard Gibbs : *On the Equilibrium of heterogeneous*

mais sans qu'aucun énoncé la signalât à l'attention des chimistes, elle fut formulée par J. Moutier[1] dans une Note de quelques pages, qui, comme un éclair de génie, creva les nuées de la Thermochimie, M. J. H. van't Hoff[2] l'étendit ensuite aux équilibres chimiques qui sont stables.

Ainsi, les lois qui régissent le déplacement de l'équilibre ont changé la face de la Mécanique chimique; leur portée, d'ailleurs, ne s'arrête pas aux confins de ce domaine pourtant bien vaste; si le temps ne nous manquait pour en suivre les transformations et les conséquences, nous les verrions rendre de signalés services dans l'étude de l'élasticité, de l'électricité, du magnétisme; mais nous en avons assez dit pour permettre au lecteur de juger la fécondité du théorème de Lagrange et de Lejeune-Dirichlet, étendu par la Mécanique nouvelle.

Substances (*Transactions of the Academy of Connecticut*, vol. III, p. 181, janvier 1876.) — *Equilibre des systèmes chimiques*, p. 110, Paris, 1899.

1. J. Moutier · *Sur les transformations non réversibles* (*Bulletin de la Société Philomathique*, 3e série, t. I, p. 39; 1877).

2. J. van't Hoff : *Etudes de Dynamique chimique*, p. 161, Amsterdam, 1884.

CHAPITRE XIII

LE FROTTEMENT
ET LES FAUX ÉQUILIBRES CHIMIQUES

Le Principe de la Conservation de l'Énergie est une souche puissante dont les racines plongent profondément au sein de nos premières conceptions mécaniques; de cette souche s'élèvent plusieurs tiges; nous venons de décrire la principale: la Statique formulée par Gibbs en est la base; elle se continue par la Dynamique dont Helmholtz a donné l'esquisse.

Cette tige est la première qui se soit élancée du Principe de la Conservation de l'Énergie; elle est donc la plus développée et la plus vigoureuse; elle n'est pas unique; à côté d'elle, d'autres ont poussé depuis peu, qui doivent un instant arrêter notre attention.

En effet, la Statique de Gibbs et la Dynamique de Helmholtz, si vastes soient-elles, ne suffisent pas à embrasser l'immensité des phénomènes physiques; il est des modifications qui ne se soumettent pas à leurs lois, des systèmes qui ne se laissent pas représenter par leurs formules.

Les systèmes qui suivent les règles de cette Statique et de cette Dynamique sont définis avec précision par un certain caractère. Toute suite continue d'états d'équilibre d'un tel système est une modification réversible. Si un système ne présente pas ce caractère, il ne peut se plier aux règles de cette Statique et de cette Dynamique; les moyens de le mettre en équilibre, les lois de son mouvement doivent être demandés à une autre Statique et à une autre Dynamique.

Or, nous avons déjà rencontré des systèmes dont les états d'équilibre, rangés en une suite continue, ne forment pas une modification réversible[1]; ce sont les systèmes susceptibles d'altérations permanentes, nous voilà donc avertis tout d'abord qu'il y a lieu de créer une Statique spéciale, une Dynamique spéciale pour les systèmes qui peuvent éprouver des altérations permanentes.

Ce ne sont pas les seuls systèmes qui réclament la création d'une Mécanique particulière; nous allons en définir une autre catégorie dont les exigences ne seront pas moindres.

Qu'est-ce qu'une modification réversible? C'est une suite continue d'états d'équilibre; mais, de plus, c'est la frontière commune entre deux groupes de modifications réelles, dirigées en deux sens, inverses l'un de l'autre. Supposons qu'une modification réversible relie les deux états extrêmes A et Ω. On pourra déterminer une modification réelle infiniment lente, menant le système de A en Ω;

1. Voir. Seconde Partie, Chapitre VI. *La modification réversible.*

cette modification le fait passer par une suite d'états dont chacun diffère infiniment peu de l'un des états d'équilibre qui forment la modification réversible ; de plus, en ces deux états infiniment voisins, le système est soumis à des actions extérieures infiniment voisines. On pourra aussi déterminer une modification réelle, menant le système de Ω en A, et douée de propriétés analogues.

Imaginons maintenant qu'en étudiant un système physique, nous constations la particularité que voici : En général, étant donné un état d'équilibre, si l'on modifie infiniment peu, *et cela d'une manière quelconque*, les propriétés que possède le système en cet état, les actions extérieures qui l'y sollicitent, on l'amène à un nouvel état d'équilibre. Il est clair qu'une suite continue de tels états d'équilibre ne peut être une modification réversible ; car une autre suite d'états, infiniment voisine de la première, sera encore une suite d'états d'équilibre ; ce ne pourra pas être une modification réelle. Un système qui offre une semblable particularité ne présente donc pas le caractère auquel on reconnaît les systèmes soumis à la Mécanique de Gibbs et de Helmholtz ; il exige la création d'une autre Mécanique.

Précisons le caractère qui marque cette nouvelle catégorie de systèmes matériels. Ce caractère est le suivant : Pour chacun de ces systèmes, on peut concevoir des états d'équilibre tels qu'en tout état suffisamment voisin de l'un d'eux, le système demeure en équilibre si on le soumet à des actions suffisamment voisines de celles qui le maintenaient en équilibre dans le premier état.

Les exemples de semblables systèmes abondent, empruntons le premier à la Mécanique chimique.

Aux températures élevées, à 1.500° ou à 2.000°, un mélange d'oxygène, d'hydrogène et de vapeur d'eau présente la marque à laquelle on reconnaît les systèmes soumis à la Mécanique de Gibbs et de Helmholtz, à une température donnée et sous une pression donnée, le mélange en équilibre a une composition déterminée ; si l'on change quelque peu cette composition sans changer la température ni la pression, on rompt l'équilibre du système; en accroissant quelque peu la proportion de vapeur d'eau, on crée un mélange au sein duquel la vapeur d'eau se dissocie; en diminuant cette même proportion, on crée un mélange au sein duquel l'oxygène et l'hydrogène se combinent; en coordonnant, suivant telle loi que l'on voudra, la température et la pression, on obtient une suite continue d'états d'équilibre, et *cette suite est une modification réversible.*

Il en est tout autrement aux basses températures, à 100°, à 200°; ici, quelle que soit la composition du mélange, quelle que soit sa teneur en vapeur d'eau, l'équilibre chimique est assuré, il ne se produit ni dissociation, ni combinaison. Prenons donc un tel mélange, à 200° et sous la pression atmosphérique ; assignons-lui successivement, par la pensée, toutes les compositions possibles, depuis celle qui correspond à l'absence totale de vapeur d'eau, jusqu'à celle que l'on obtient en poussant au maximum la combinaison de l'oxygène et de l'hydrogène; nous obtenons une suite continue d'états d'équilibre, mais non pas une mo-

dification réversible; car, à partir de l'un quelconque des états qui composent cette suite, nous pourrons altérer de petites quantités quelconques la pression, la température, la composition sans que le système cesse d'être en équilibre.

L'étude du mouvement purement local, objet de l'ancienne Mécanique, donne lieu à des constatations analogues.

Sur une surface qui présente un point culminant et dévale de tous côtés autour de ce point, plaçons un très petit corps pesant dont le contact avec la surface ne soit pas exempt de frottement. Ce n'est pas seulement au point culminant que ce petit corps demeurera en équilibre; c'est encore sur les pentes, pourvu qu'elles ne soient pas trop raides; aussi pourra-t-on, autour du sommet, délimiter une certaine aire en tout point de laquelle le petit corps pesant demeurera immobile; une ligne quelconque, tracée dans cette aire, définira une suite continue d'états d'équilibre, mais non pas une modification réversible; car, à partir de l'un quelconque de ces états d'équilibre, on pourra déranger quelque peu le mobile, changer quelque peu la force qui le sollicite; toujours, il demeurera en repos.

Le système mécanique qui nous fournit cet exemple si simple va nous fournir également le nom par lequel nous désignerons la catégorie des systèmes matériels qui nous occupe en ce moment; nous les nommerons des *systèmes à frottement*.

C'est donc de la Statique et de la Dynamique des systèmes à frottement, essentiellement distinctes

de la Statique et de la Dynamique développées jusqu'ici, qu'il nous faut maintenant traiter.

Mais au seuil même de cette recherche, une objection nous arrête : Existe-t-il réellement des systèmes à frottement ? Les particularités que nous avons cru observer et qui nous ont servi à les définir ne sont-elles pas de simples illusions ? Ne s'évanouissent-elles pas lorsqu'on les soumet à une analyse quelque peu minutieuse ?

Selon la plupart des mécaniciens, un corps solide qui glisse ou roule sur un autre ne frotte pas ; mais une multitude de petites aspérités hérissent les deux surfaces en contact ; elles s'engagent les unes dans les autres, s'engrènent, s'accrochent, se brisent ; et le frottement n'est qu'une fiction en laquelle on englobe, sans les analyser, ces phénomènes imperceptibles, innombrables et compliqués.

A 100°, à 200°, un mélange d'oxygène, d'hydrogène et de vapeur d'eau semble en équilibre quelle que soit sa composition ; selon plusieurs physiciens, cet équilibre n'est qu'apparent ; en réalité, l'oxygène et l'hydrogène se combinent, mais avec une extrême lenteur, avec une lenteur telle que les observations des laboratoires ne peuvent déceler aucune trace de cette combinaison ; cette lenteur seule différencie les phénomènes observés à basse température des phénomènes observés à haute température.

Quelle est l'exacte portée de ces objections ?

Il n'est pas douteux que deux surfaces rugueuses frottent plus énergiquement l'une sur l'autre que deux surfaces lisses ; on n'en saurait conclure que deux corps, se touchant par des surfaces

rigoureusement lisses, ne frotteraient aucunement; l'existence avérée d'un frottement fictif, synthétisant l'effet des aspérités et des déformations, ne suffit pas à exclure la possibilité d'un frottement réel. D'ailleurs, l'Hydrodynamique [1] nous oblige à considérer d'autres frottements que le frottement mutuel de deux corps solides; elle nous montre qu'un liquide frotte sur un solide, que deux liquides superposés frottent l'un sur l'autre le long de leur commune surface; quelles aspérités, quelles rugosités, quels engrenages cachés invoquerait-on, dans ce dernier cas, pour réduire le frottement à une apparence?

D'autre part, la réalité d'un état d'équilibre est toujours niable; là où l'un pense voir un système en équilibre, l'autre peut, sans crainte du démenti, prétendre qu'il y a mouvement, mais mouvement tellement lent que les observations les plus prolongées ne laissent constater aucun changement dans le système. Poussant à l'extrême cette fin de non-recevoir, M. J. H. van't Hoff n'a pas hésité [2] à regarder le temps qui s'est écoulé de la période houillère à nos jours comme trop court pour que certains systèmes chimiques aient subi une transformation appréciable. Mais cette opinion ne peut se réclamer du contrôle de l'expérience; si l'expérience est incapable de la contredire, elle est non moins incapable de la confirmer ; il faudrait, pour

1. P. Duhem *Recherches sur l'Hydrodynamique*; 4e partie : Les conditions aux limites (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 2e série, t. V, 1903).

2. J. H. van't Hoff. *Archives néerlandaises des Sciences exactes et naturelles*, série II, t. VI, 1902.

qu'elle pût apporter un témoignage, qu'elle fût étendue à des durées auprès desquelles les périodes géologiques ne sont qu'un moment; encore, si son témoignage était défavorable, pourrait-on toujours le récuser et exiger des essais qui dureraient encore plus longtemps.

Une telle échappatoire n'a évidemment qu'un but: Soumettre la Physique tout entière aux lois de Statique et de Dynamique qui ont été formulées par Gibbs et par Helmholtz. Elle aurait une valeur logique si nous pouvions reconnaître par ailleurs la légitimité de ce but, si nous avions des raisons de croire que tous les systèmes matériels se doivent plier aux règles de cette Statique et de cette Dynamique. Mais de telles raisons, nous n'en avons pas. Pour définir les systèmes qui se plient à ces règles, nous avons, parmi tous les systèmes concevables, découpé un certain groupe; nous avons fait ce découpage d'une manière arbitraire, par cette hypothèse posée *a priori* : Toute suite continue d'états d'équilibre de l'un des systèmes considérés forme une modification réversible.

L'expérience a prouvé que notre hypothèse était utile, qu'elle n'était pas un vain jeu d'esprit, sans objet réel; que la ligne de démarcation tracée par elle, et qui eût pu n'enserrer qu'une infime parcelle, délimite un domaine vaste et fécond. La Mécanique des systèmes à modifications réversibles s'est montrée apte à représenter, avec une suffisante approximation, un grand nombre de phénomènes physiques. Sommes-nous autorisés par là à penser que tous les phénomènes produits dans la Nature inanimée se doivent ranger aux ordres de cette

Mécanique ? Notre hypothèse n'était, au sens propre du mot, qu'une *définition* ; dans l'immensité du possible, elle circonscrivait un cas infiniment particulier. Du fait que ce cas particulier represente une bonne part du réel, sommes-nous en droit de conclure qu'il comprend tout le réel ? Devons-nous, à tout prix, enfermer la Nature physique tout entière dans ce petit îlot, autour duquel s'étend à l'infini l'océan des systèmes que la raison peut concevoir ? Nous est-il permis, dans ce but, de rejeter les témoignages les plus obvies, les plus sûrs, les mieux contrôlés de l'expérience, au moyen d'invérifiables affirmations ? N'est-il pas plus logique de penser que ce qui paraît à notre esprit comme un cas particulier n'est aussi, dans la Nature, qu'un cas particulier ? Qu'en dehors des systèmes dont les états d'équilibre peuvent toujours se ranger en modifications réversibles, il existe une infinité d'autres systèmes dont la Statique n'est pas la Statique de Gibbs, dont la Dynamique n'est pas la Dynamique de Helmholtz, et que, parmi ces systèmes, se rangent précisément les systèmes doués de frottement ?

Donc, les lois selon lesquelles les systèmes à frottement se meuvent ou demeurent en équilibre réclament une formule particulière. Cette formule, on ne la demandera pas au hasard. La formule imposée à la Statique par Gibbs, à la Dynamique par Helmholtz, s'est montrée admirablement féconde ; il est naturel d'en sauvegarder le type autant que possible ; de tirer la formule nouvelle de la formule ancienne au moyen d'additions et de modifications aussi légères qu'il se pourra ; c'est

l'idée qui nous a servi de guide lorsque nous avons construit la Mécanique des systèmes à frottement[1].

Il serait malaisé d'exposer celle-ci sans entrer dans des détails que cet écrit ne comporte pas, essayons, toutefois, d'en tracer une sommaire esquisse et, dans ce but, bornons-nous à l'étude d'un système qu'une seule variable normale, hors la température, suffit à définir.

Représentons cette variable unique par la lettre α; si $\mathfrak{F}$, A, J, v sont le potentiel interne, l'action extérieure, la force d'inertie et l'action de viscosité, nous pouvons, selon la Dynamique de Helmholtz[2], écrire à chaque instant l'égalité :

$$A + J + v = \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \alpha}. \tag{3}$$

Cette égalité, loi générale du mouvement du système, implique la loi de ses équilibres, loi conforme à la Statique de Gibbs.

L'équilibre des systèmes à frottement ne se conforme pas à la Statique de Gibbs; l'égalité (3) ne leur est donc plus applicable; mais on peut tenter de la modifier de telle sorte qu'elle s'étende à de tels systèmes.

Dans ce but, on continuera à attacher à chaque état du système une grandeur $\mathfrak{F}$, déterminée sans

1. P. Duhem : *Théorie thermodynamique de la viscosité, du frottement et des faux équilibres chimiques* (*Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 5e série, t. II, 1896). — *Recherches sur l'Hydrodynamique*, 4e partie (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 2e série, t. V, 1903).

2. Voir . Seconde Partie, Chapitre IX : *Le Principe de la Dynamique générale.*

ambiguïté par la connaissance de cet état ; à cette grandeur, que l'on nommera encore le potentiel interne, on continuera à rattacher l'Énergie interne et l'Entropie par les relations antérieurement connues ; l'action extérieure, la force d'inertie, l'action de viscosité resteront définies comme par le passé ; mais ces éléments ne suffiront plus à poser l'équation du mouvement du système ; il sera nécessaire de connaître un nouvel élément, l'*action de frottement f*.

Cette action, toujours positive, dépendra, comme l'action de viscosité, de la température absolue, de la variable α, de la vitesse générale $\alpha' = \frac{d\alpha}{dt}$; mais, contrairement à ce qui a lieu pour la vitesse généralisée, elle dépendra également de l'action extérieure A ; en outre, elle ne s'annulera pas en même temps que la vitesse généralisée ; celle-ci tendant vers zéro, l'action de frottement tendra vers une valeur positive g.

Pour régir le mouvement du système, nous n'aurons plus ici une équation unique, mais deux équations distinctes ; la première ne devra être employée que si la vitesse généralisée $\alpha' = \frac{d\alpha}{dt}$ est positive ; elle aura la forme suivante :

$$\text{(4)} \qquad \mathrm{A} + \mathrm{J} + v - f = \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \alpha}.$$

La seconde s'écrira :

$$\text{(4 } bis\text{)} \qquad \mathrm{A} + \mathrm{J} + v + f = \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \alpha}.$$

Elle sera réservée au cas où la vitesse généralisée $\alpha' = \frac{d\alpha}{dt}$ est négative.

Quant à la condition d'équilibre, elle sera représentée non plus par une égalité, mais par une double inégalité exprimant que la valeur absolue de la différence $A - \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \alpha}$ ne surpasse pas g :

$$(5) \qquad -g \leqslant A - \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \alpha} \leqslant g.$$

Passons rapidement sur ce qui touche à l'équation de la force vive; on en peut répéter ici presque tout ce qui a été dit en étudiant la Dynamique de Helmholtz; il y a lieu seulement d'ajouter au travail de la viscosité le travail du frottement, et ce dernier, comme le premier, est toujours négatif. Passons aussi sur l'inégalité de Clausius, qui demeure exacte dans la Dynamique nouvelle; là encore, le travail du frottement ne fait que s'ajouter au travail de la viscosité. D'autres conséquences des lois qui viennent d'être formulées et, particulièrement, de la condition d'équilibre vont nous arrêter un peu plus longtemps.

La Statique de Gibbs exigerait que la différence $A - \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \alpha}$ fût nulle, partant comprise entre $-g$ et $+g$; les états d'équilibre que prévoit cette Statique, et que l'on nomme habituellement les états de *véritable equilibre*, se trouvent donc au nombre de ceux que prévoit la Statique nouvelle ; mais celle-ci annonce l'existence d'une infinité d'autres états d'équilibre, que l'on désigne sous le nom d'états de *faux équilibre*.

Si la valeur de g est grande, les états de faux équilibre s'étalent, de part et d'autre des états de véritable équilibre, en un vaste domaine; ils se resserrent, au contraire, auprès des états de véritable équilibre si la valeur de g est petite; si cette valeur devenait suffisamment faible, les états de faux équilibre s'écarteraient si peu des états de véritable équilibre que l'expérience ne les en pourrait plus distinguer; pratiquement, la Statique des systèmes à frottement se confondrait alors avec la Statique de Gibbs.

Ce n'est là qu'une application particulière de la remarque suivante : La Statique de Gibbs, la Dynamique de Helmholtz sont des formes limites de la Statique et de la Dynamique des systèmes à frottement; celles-ci tendent vers celles-là lorsque les actions de frottement deviennent infiniment petites.

Cette remarque n'est pas une simple vue de l'esprit, elle prend un intérêt particulier dans l'étude des équilibres chimiques [1].

Pour mieux fixer l'attention, choisissons un exemple étudié avec grand soin par M. Ditte et par M. Pélabon. En un tube scellé, chauffons du sélénium liquide, que surmonte un mélange de vapeurs

1. Nous avons exposé la théorie des équilibres chimiques en tenant compte du frottement et les principales applications de cette théorie dans les écrits suivants *Théorie thermodynamique de la viscosité, du frottement et des faux équilibres chimiques*; Paris, 1896. — *Traité élémentaire de Mécanique chimique fondée sur la Thermodynamique*, Livre II, t. I, Paris, 1897. — *Thermodynamique et Chimie, leçons élémentaires à l'usage des chimistes*, leçons XVIII, XIX et XX, Paris, 1902.

de sélénium, d'hydrogène et d'acide sélénhydrique. Tant que la température ne surpasse pas 150°, le système demeure en équilibre quelle que soit la composition du mélange gazeux; lorsque la température s'élève davantage, le système devient capable de réaction chimique; si le mélange gazeux est pauvre en acide sélénhydrique, le sélénium et l'hydrogène se combinent; si le mélange gazeux est riche en acide sélénhydrique, ce composé se dissocie. A une température donnée, on observe le phénomène de *combinaison* tant que l'acidité du mélange est inférieure à une certaine limite; on observe, au contraire, le phénomène de *dissociation* toutes les fois que l'acidité surpasse une autre limite, et cette seconde limite est supérieure à la première; lorsque l'acidité est comprise entre ces deux limites, le mélange est assurément en équilibre.

Au fur et à mesure que la température s'élève, l'acidité qui limite supérieurement la zone de combinaison et l'acidité qui limite inférieurement la zone de dissociation se rapprochent l'une de l'autre; la zone d'équilibre va s'amincissant; à 325°, son épaisseur devient indiscernable; le théoricien peut bien encore supposer qu'il subsiste une action de frottement de très petite valeur; mais, pour l'expérimentateur, il ne se produit plus que des états de véritable équilibre, soumis à la Statique de Gibbs.

Ce que nous venons d'observer en cet exemple est un cas particulier d'une règle générale; en tout système chimique, les actions de frottement vont s'affaiblissant lorsque la température s'élève; très

grandes à basse température, elles empêchent toute réaction chimique, à partir d'une certaine température, qui varie avec le système chimique étudié, la réaction devient possible, mais elle est limitée par de faux équilibres; puis, lorsque la température atteint un degré suffisamment élevé, la région des faux équilibres devient si étroite que l'expérimentateur ne peut plus la discerner; pratiquement, on n'observe plus que des équilibres véritables, traçant la frontière commune de deux réactions de sens inverses; une suite de tels états d'équilibre forme une modification réversible.

C'est donc seulement lorsque la température surpasse une certaine limite, variable d'un système chimique à l'autre, que l'on peut user des lois de la Statique énoncées par Gibbs et ses continuateurs; jamais on n'aurait pu étendre aux réactions chimiques les lois de cette Statique, si l'on s'était borné à considérer les transformations produites à basse température; cette extension eût été impossible si H. Sainte-Claire Deville n'avait eu l'idée géniale de demander à la Chimie des températures très hautes le secret de la Mécanique chimique. Le service qu'il a, par là, rendu à la science est comparable à celui que Galilée a rendu à l'étude du mouvement local lorsque, faisant abstraction du frottement, il a osé énoncer la loi de l'inertie.

Il était nécessaire, pour que la science pût commencer à se développer, que cette Statique de Gibbs, qui est une Statique très simplifiée, fût exposée tout d'abord, mais, parce que cette Statique est une Statique très simplifiée, le dévelop-

pement de la Mécanique chimique s'arrêterait bientôt si l'on ne cherchait pas à la compléter; en particulier, les réactions chimiques accomplies à la température ambiante, celles que l'on produit à chaque instant dans nos laboratoires demeureraient incompréhensibles. L'intervention du frottement débrouille ce chaos, par la considération des faux équilibres, l'influence de la température sur les transformations chimiques cesse d'être un mystère; l'étude de la stabilité de ces mêmes équilibres est la clé de la théorie des explosions.

D'ailleurs, les phénomènes de faux équilibre ne se rencontrent pas seulement dans l'étude des actions purement chimiques; la vaporisation de certains solides est parfois arrêtée par de semblables équilibres, et on les rencontrera probablement dans l'étude de la congélation des liquides [1]. Ainsi s'affirme l'universelle nécessité d'une Mécanique d'où les actions de frottement ne soient pas bannies.

1. P. Duhem : *Sur la fusion et la cristallisation et sur la théorie de M. Tammann* (*Archives néerlandaises des Sciences exactes et naturelles*, 2e série, t. VI, p. 93, 1901).

CHAPITRE XIV

LES ALTÉRATIONS PERMANENTES ET L'HYSTÉRÈSIS

Lorsqu'on range, en une suite continue, un ensemble d'états d'équilibre présentés par un système à frottement, on n'obtient pas une modification réversible ; par ce caractère, les systèmes à frottement échappent aux prises des théorèmes les plus usuels de la Thermodynamique ; ils nécessitent une Statique spéciale, une Dynamique spéciale. L'impossibilité de former une modification réversible en rangeant en suite continue un ensemble d'états d'équilibre n'est pas l'exclusive propriété des systèmes à frottement ; nous l'avons également rencontrée en étudiant un système capable de déformations permanentes[1].

Les systèmes à altérations permanentes se rapprochent donc des systèmes à frottement parce

1. Voir : Seconde Partie, Chapitre VI : *La modification réversible.*

que la notion de modification réversible est inapplicable aux uns comme aux autres; mais l'analogie s'arrête là. Des différences essentielles séparent ces deux catégories de systèmes.

Considérons un état d'équilibre d'un système à frottement; en général, il n'est pas possible d'amener le système à cet état par une modification qui soit toujours infiniment lente, non plus que l'en faire sortir par une telle voie; seuls, certains états d'équilibre exceptionnels peuvent être rencontrés en une modification d'une lenteur extrême.

Prenons, au contraire, un état d'équilibre d'un système capable d'altération permanente; une modification d'une lenteur toujours infinie peut y amener le système; elle peut l'en faire sortir. Mais imaginons que, pour tirer le système de cet état par une modification infiniment lente, nous ayons fait varier la température et les actions extérieures suivant certaines lois; faisons passer cette température et ces actions extérieures par le même ensemble de valeurs, mais en ordre inverse; le système subira une nouvelle modification infiniment lente qui ne sera pas le simple renversement de la première, qui ne le fera pas rétrograder par les mêmes états, qui, généralement, ne le ramènera pas à l'équilibre initial.

La théorie des systèmes capables d'altérations permanentes sera donc distincte de la Mécanique générale dont, après Gibbs et Helmholtz, nous avons esquissé les principes; mais elle sera distincte également de la Mécanique des systèmes à frottement; ce sera une nouvelle branche de la Mécanique.

Comment cette Mécanique nouvelle va-t-elle se constituer?

La pensée maîtresse nous intéresse seule ici ; le détail des formules ne saurait trouver place dans cet écrit ; bornons-nous donc à l'étude d'un cas simple qui laissera mieux transparaître les contours de l'idée ; choisissons, comme objet de notre analyse, un système défini par une seule variable normale, hors la température ; par exemple, un fil tendu pour lequel la longueur sera cette variable normale, tandis que le poids tenseur sera l'action extérieure correspondante.

Donnons, d'abord, à la température et au poids tenseur certaines variations infiniment petites ; la longueur du fil éprouve un accroissement infiniment petit. Donnons ensuite à la température et au poids tenseur des variations égales en valeur absolue aux précédentes, mais opposées en signe, de telle sorte que ces deux grandeurs reviennent à leur valeur primitive ; la longueur du fil diminue ; mais cette diminution n'a pas même valeur absolue que l'accroissement précédemment subi, car le fil demeure affecté d'une déformation permanente.

Ainsi, au cours d'une modification infiniment lente, une relation algébrique linéaire détermine la variation infiniment petite que subit la longueur du fil lorsqu'on se donne les variations infiniment petites imposées à la température et au poids tenseur ; mais cette relation ne doit pas avoir même forme lorsque le fil se dilate et lorsqu'il se contracte ; une certaine égalité doit être écrite lorsque la variable normale subit une variation positive,

et une autre lorsqu'elle subit une variation négative.

Quel guide nous aidera à découvrir la forme de ces deux égalités? La théorie même, qui ne peut suffire à traiter des altérations permanentes, mais qui s'est montrée si féconde dans l'étude des systèmes à modifications réversibles. Nous chercherons à construire notre Mécanique nouvelle de telle sorte qu'elle se rapproche autant que possible de cette théorie-là, qu'elle en découle par une très légère transformation, qu'elle en soit une généralisation, que la Statique et la Dynamique des systèmes exempts d'altérations permanentes puissent être regardées comme des formes limites de la Statique et de la Dynamique des systèmes à altérations permanentes très faibles. Nous suivrons, en un mot, une méthode semblable à celle qui nous a donné la théorie des systèmes à frottement.

Lorsqu'un système exempt d'altération permanente subit une modification infiniment lente, c'est-à-dire une modification réversible, les conditions d'équilibre sont, à chaque instant, vérifiées ; si l'état du système dépend d'une seule variable normale α, l'action extérieure A est égale, à chaque instant, à la dérivée par rapport à α, $\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \alpha}$, du potentiel interne $\mathcal{F}$; c'est ce que nous enseignent[1] les égalités (1).

Entre les variations infiniment petites, coordonnées entre elles, de la température, de l'action

1. Voir Seconde Partie, Chapitre VIII *Le Potentiel interne et la Statique générale.*

extérieure et de la variable normale existe alors la relation :

$$dA = d\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \alpha}, \tag{6}$$

en vertu de laquelle les quantités toujours égales A et $\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \alpha}$ éprouvent simultanément des accroissements égaux. Selon cette relation, si l'on change les signes des variations qu'éprouvent la température et l'action extérieure sans changer leur valeur absolue, on change le signe de la variation qu'éprouve la variable normale sans en changer non plus la valeur absolue ; par là s'exprime la réversibilité de la modification infiniment lente.

Ces particularités ne sauraient se rencontrer en un système capable d'altérations permanentes ; chacun des éléments dont la succession compose une modification infiniment lente ne peut plus être régi par l'égalité (6) ; à cette égalité, nous devons substituer deux relations distinctes, l'une valable seulement lorsque la variable normale augmente, l'autre valable seulement lorsque cette variable diminue.

Dans le premier cas, nous substituerons à l'égalité (6) la relation :

$$dA = d\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \alpha} + h d\alpha; \tag{7}$$

dans le second, nous lui substituerons la relation :

$$dA = d\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \alpha} - h d\alpha. \tag{7 bis}$$

La grandeur h, dont l'introduction dans ces équations distingue les systèmes capables d'altéra-

tions permanentes de ceux qui en sont exempts, dépend de l'état du système, et aussi de l'action extérieure A.

Il suffit, cela va de soi, de donner à cette grandeur h une valeur fort petite pour que les égalités (7) et (7 *bis*) diffèrent fort peu de l'égalité (6); les altérations permanentes du système sont alors fort peu sensibles et ses modifications infiniment lentes sont presque réversibles ; ainsi les systèmes exempts d'altérations permanentes et capables de modifications réversibles se présentent bien à nous comme des formes limites de systèmes affectés de petites altérations permanentes.

Pour les systèmes exempts d'altérations permanentes, une règle très simple permet de tirer du Potentiel interne la connaissance de l'Énergie interne et, partant, de la quantité de chaleur mise en jeu dans une modification infiniment lente. Rien n'empêche d'étendre cette règle aux systèmes capables d'altérations permanentes. Jointe à ce qui précède, elle fournira les principes essentiels sur lesquels repose la Statique[1] de tels systèmes. Quelques hypothèses accessoires, toutes inspirées par le désir de rendre le nouveau rameau de la Thermodynamique aussi semblable que possible à

1. A l'exposé de cette Statique, nous avons consacré six Mémoires, réunis sous le titre : *Les déformations permanentes et l'hysterèsis* (*Mémoires in-4° de l'Académie de Belgique*, t. LIV, 1895, t. LVI, 1898, t. LXII, 1902); huit mémoires publiés sous le titre : *Die dauernden Aenderungen und die Thermodynamik* (*Zeitschrift für physikalische Chemie*, Bd XXII, XXIII, 1897, XXVIII, XXXIII, 1899, XXXIV, 1900; XXXVII, 1901), un écrit intitulé : *On the emission and absorption of water vapor by colloïdal matter* (*Journal of physical Chemistry*, vol. IV, 1900), et divers autres écrits.

la branche maîtresse, viendront compléter ces principes.

Quelles sont les applications de la nouvelle Statique?

Une première catégorie d'altérations permanentes est formée des déformations élastiques. La traction, la torsion, la flexion entraînent des déformations qui ne disparaissent pas avec la cause qui les a produites ; ces déformations, connues et observées de toute antiquité, trouvent, dans les principes précédents, leur explication théorique.

L'aimantation rémanente que garde un morceau d'acier après que l'action magnétisante a pris fin doit être rangée au nombre des altérations permanentes les plus remarquables; malgré les recherches de G. Wiedemann, qui avait déjà mis en évidence d'étroites relations entre les déformations élastiques résiduelles et le magnétisme rémanent, les lois de ce dernier phénomène étaient demeurées singulièrement obscures; elles ont été éclaircies dans ces dernières années, surtout par les recherches de M. Ewing et de ses disciples; M. Ewing a donné le nom d'*hystérèsis magnétique* (ὑστέρησις, retard) à la propriété qu'a le fer de conserver du magnétisme rémanent. Les idées introduites par M. Ewing dans l'étude de l'hystérèsis magnétique se sont infiltrées peu à peu dans l'analyse des autres altérations permanentes et ont rendu cette analyse plus féconde; aussi le mot même d'hystérèsis est-il communément adopté aujourd'hui pour désigner l'aptitude d'un système quelconque aux altérations permanentes.

La polarisation des corps diélectriques offre de

telles analogies avec l'aimantation des corps magnétiques que l'on doit, à côté de l'hystérèsis magnétique, placer l'hystérèsis diélectrique, bien que celle-ci soit, jusqu'ici, beaucoup plus mal connue que celle-là.

Essentielle dans l'étude de l'élasticité et dans la théorie du magnétisme, l'hystérèsis paraît appelée à jouer un rôle très important en Mécanique chimique. Les recherches des expérimentateurs multiplient de jour en jour le nombre des cas où l'on observe des altérations permanentes de l'état physique ou de la constitution chimique ; parmi ces recherches, citons surtout les minutieuses déterminations de M. Gernez sur les diverses transformations du soufre, les patientes expériences de M. van Bemmelen sur l'absorption de la vapeur d'eau par la silice gélatineuse et par d'autres gelées.

C'est, sans doute, à des altérations permanentes de ce genre qu'il faut rapporter les effets de trempe, de recuit, d'écrouissage, qui compliquent si étrangement l'étude des métaux et de leurs combinaisons industrielles. Bien souvent, ces effets résultent à la fois de l'hystérèsis élastique et de l'hystérèsis chimique; seule, la considération simultanée de ces deux hystérèsis débrouille quelque peu les phénomènes, d'apparence inextricable, que présentent certains corps; tels les aciers au nickel, dont M. Ch.-Ed. Guillaume a analysé les étranges propriétés, ou l'alliage platine-argent, dont la résistance électrique manifeste, selon M. H. Chevallier, de si curieuses variations résiduelles.

Cette superposition de l'hystérèsis chimique à l'hystérèsis élastique rend singulièrement com-

plexes les lois de la dilatation du verre; l'observation des déplacements que subit le point zéro des thermomètres n'avait guère révélé à Despretz d'abord, à M. Ch.-Edmond Guillaume ensuite, autre chose que cette extrême complexité; de nombreuses et patientes mesures, guidées par la Thermodynamique des modifications permanentes, ont enfin permis à M. L. Marchis de mettre quelque ordre dans ce chaos.

Nous ne saurions, cela va de soi, montrer ici comment la Statique dont nous venons d'ébaucher une première esquisse s'applique à des phénomènes aussi complexes et aussi variés; nous nous bornerons à indiquer plutôt qu'à analyser certaines idées essentielles qui se découvrent au cours de ce développement.

Dans un système affecté d'altérations permanentes, la grandeur h, que nous nommerons désormais le *coefficient d'hystérèsis*, n'est pas nulle, en général; les deux égalités (7) et (7 *bis*) sont donc distinctes l'une de l'autre; si nous supposons que le système éprouve, avec une lenteur infinie, une modification infiniment petite due à certaines variations de la température et de l'action extérieure, nous ne pourrons pas, en renversant ces variations, renverser la modification et ramener le système à l'état initial.

Mais, ce qui n'est pas vrai en général, peut le devenir dans certains cas particuliers; en associant d'une manière convenable les valeurs de la variable normale, de la température et de l'action extérieure, on peut annuler le coefficient d'hystérèsis; lorsque ces valeurs seront associées de la sorte, nous dirons

que le système est placé dans un *état naturel*; en général, si l'on prend le système dans un état quelconque, défini par une certaine valeur de la variable normale et une certaine valeur de la température, on pourra le soumettre à une action extérieure telle que cet état devienne naturel.

Pour des modifications infiniment petites issues d'un état naturel, les deux égalités (7) et (7 *bis*) se confondent entre elles et avec l'équation (6); en d'autres termes, toute modification infiniment petite et infiniment lente issue d'un état naturel est une modification réversible; si, à la température et à l'action extérieure, on impose de petites variations, suivies de variations égales et de sens contraire, on ramène le système exactement à son premier état; il ne garde aucune altération permanente.

Il en est tout autrement lorsque l'état initial n'est pas un état naturel.

Imprimons aux valeurs de la température et de l'action extérieure une petite oscillation, qui les écarte quelque peu de ce qu'elles étaient d'abord, puis les y ramène; le système conserve une altération permanente que marque un changement de valeur de la variable normale. Cette altération résiduelle, il est vrai, est fort petite; mais, si la température et l'action extérieure éprouvent, en leurs valeurs, une nouvelle oscillation, un nouveau résidu viendra s'ajouter au premier. Ainsi, en imprimant à la température et à l'action extérieure de très petits et très nombreux écarts, tantôt dans un sens et tantôt dans un autre, suivis de retours à des valeurs qui demeurent toujours les mêmes,

nous verrons le système éprouver un changement graduel et notable, dû à l'accumulation d'altérations résiduelles très petites, mais très nombreuses.

On voit de suite la portée de cette remarque.

Il n'est pas, au monde, de température invariable, d'action invariable ; les procédés de réglage les plus parfaits resserrent les limites entre lesquelles oscillent les valeurs de ces éléments ; ils n'en suppriment pas les variations. Ces variations incessantes, inévitables, mais imperceptibles, des actions extérieures et de la température engendrent, à la longue, une altération notable de l'état du système ; cet état semble donc changer spontanément alors que les conditions dans lesquelles le système se trouve placé paraissent invariables.

Au lieu de réduire à l'extrême, par des artifices de réglage, les perturbations incessantes que subissent les actions extérieures, on peut les exagérer par un déréglage systématique ; alors aussi se trouvent exagérées les altérations, en apparence spontanées, que subit le corps en expérience. Ainsi s'explique l'influence, si souvent constatée, des secousses imprimées à un fil tendu ou tordu ; des ébranlements, des vibrations, des courants alternatifs appliqués à un aimant ; des variations diurnes de la température modifiant le verre d'un thermomètre. Les recherches expérimentales de M. Ewing, de M. Tomlinson, de M. van Bemmelen, de M. L. Marchis, de M. Lenoble, de M. H. Chevallier abondent en remarques intéressantes sur ce rôle des *secousses*.

Les modifications d'apparence spontanée qu'un système éprouve lorsque la température et l'action

extérieure demeurent *pratiquement* invariables permettent de caractériser ce système et de le ranger dans l'une ou dans l'autre des deux catégories que nous allons définir.

En une première catégorie, le changement engendré par l'accumulation d'altérations résiduelles très nombreuses et très petites rapproche sans cesse l'état du système de l'état naturel qui convient aux valeurs presque invariables de la température et de l'action extérieure ; lorsque le système est parvenu à cet état naturel, les changements incessants et très petits des conditions dans lesquelles il se trouve placé ne lui font plus subir aucune modification appréciable. Pour un tel système, l'état naturel simule à s'y méprendre l'état d'équilibre stable d'un système dénué d'hystérèsis ; il en possède presque toutes les propriétés. Les recherches expérimentales de M. Ewing mettent en évidence, avec une grande netteté, ce caractère présenté par l'état naturel d'un aimant.

Sous l'influence de petites perturbations que subissent la température et l'action extérieure, les systèmes de la seconde catégorie fuient l'état naturel que caractérisent les valeurs de cette température et de cette action. La considération des circonstances dans lesquelles un fil tendu par un poids cesse d'appartenir à la première catégorie pour passer à la seconde, éclaire les phénomènes, tels que l'*allongement avec striction*, qui précèdent la rupture.

Ce rapide aperçu laisse entrevoir l'étendue et la variété des questions auxquelles s'applique la Statique des systèmes affectés d'hystérèsis ; il est clair,

cependant, que cette Statique ne saurait épuiser l'étude de pareils systèmes; elle enseigne les propriétés dont jouissent les modifications infiniment lentes; mais une modification infiniment lente n'est que la limite d'une modification réelle, toute modification réelle se poursuit avec une vitesse finie et son étude exige la constitution d'une Dynamique.

Pour les systèmes dénués d'hystérèsis, le passage de la Statique à la Dynamique fut assuré, tout d'abord, par le Principe de d'Alembert; à l'action extérieure il suffisait, selon ce principe, de substituer la somme de l'action extérieure et de l'action d'inertie. L'extension de ce principe aux systèmes affectés d'hystérèsis devait se présenter à l'esprit comme l'hypothèse la plus simple et la plus naturelle; en fait, les formules tirees de cette hypothèse permettent d'analyser quelques phénomènes constatés par les expérimentateurs.

Cependant, il ne fallut pas de longues recherches pour constater l'insuffisance de cette Dynamique fondée sur l'extension du Principe de d'Alembert; visiblement, elle ne rendait pas compte des particularités que présentent les systèmes affectés d'hystérèsis lorsqu'ils se modifient rapidement; les observations de M. Bouasse et de M. Lenoble sur les déformations des fils par la torsion ou par la traction, les recherches de M. Max Wien et d'autres observateurs sur l'aimantation du fer dans un champ alternatif, ont mis en évidence des particularités qui échappent aux prises de cette Dynamique.

On ne saurait, certes, s'en étonner. La Dyna-

mique fondée sur le Principe de d'Alembert est constamment en défaut dans l'étude même des systèmes dénués d'hystérèsis; pour la rendre acceptable, il a fallu la compliquer, ajouter à l'action extérieure non seulement l'action d'inertie, mais encore une action de viscosité. N'est-il pas bien naturel que l'analyse des systèmes affectés d'hystérèsis fasse éclater aux yeux la même insuffisance du Principe de d'Alembert, la même nécessité de faire appel à une hypothèse plus compliquée? N'est-il pas bien naturel aussi de calquer cette hypothèse sur celle qui s'est montrée féconde dans l'examen théorique des systèmes sans altération permanente, de passer encore de la Statique à la Dynamique en substituant à l'action extérieure la somme de cette action, de la force d'inertie et d'une action de viscosité?

Par cette supposition, la Dynamique des systèmes affectés d'hystérèsis se trouve créée[1]; concordante avec les observations, trop peu nombreuses jusqu'ici, auxquelles ont donné lieu les déformations permanentes des systèmes en mouvement, elle attend de l'expérience de nouveaux stimulants à son développement et de nouvelles occasions de se soumettre au contrôle des faits.

D'ailleurs, cette Dynamique des systèmes affectés d'hystérèsis ressemble par un trait essentiel à la Dynamique des systèmes à modifications réversibles et à la Dynamique des systèmes à frottement; en tout cycle fermé parcouru par l'un quelconque

1. P. Duhem : *Les déformations permanentes et l'hystérèsis*, VII, Hystérèsis et viscosité (*Mémoires in-4° de l'Académie de Belgique*, t. LXII, 1902).

de ces systèmes, l'inégalité de Clausius est vérifiée ; aucun de ces systèmes ne peut, après une suite de modifications, revenir à son état primitif sans avoir produit une modification non compensée essentiellement positive ; ce sens constant dans lequel s'orientent toutes les modifications de l'Univers, s'impose avec une même rigueur à tous les mouvements.

CHAPITRE XV

L'ÉLECTRODYNAMIQUE ET L'ÉLECTROMAGNÉTISME

A côté du tronc principal de la Thermodynamique, à côté de la Mécanique des systèmes sans frottement ni hystérèsis, nous avons vu s'élever deux autres tiges, jeunes encore et dont le développement est fort loin d'être achevé : la Mécanique des systèmes à frottement et la Mécanique des systèmes à hystérèsis. Ces deux tiges ne se distinguent pas, tout d'abord, du tronc principal ; jusqu'à une certaine hauteur, elles demeurent soudées à lui, confondues avec lui ; elles s'en détachent seulement au moment où la Mécanique des systèmes dénués de frottement et d'hystérèsis invoque la notion de modification réversible. Tout ce qui précède l'emploi de cette notion, tout ce qui fait appel au seul Principe de la Conservation de l'Énergie est commun aux trois Mécaniques.

Issue des mêmes racines, une quatrième tige se dresse, née depuis longtemps et déjà robuste, elle traite de la Mécanique des courants électriques ;

mais, avec les trois premières tiges, ce surgeon n'a de commun que la souche ; il ne se soude pas à elles ; de ce qui a été dit jusqu'ici touchant la Conservation de l'Énergie, presque rien ne s'applique d'emblée à l'Électrodynamique et à l'Électromagnétisme.

Nous avons constamment admis, dans ce qui précède, que les propriétés d'un système à un instant donné étaient entièrement caractérisées par deux sortes d'éléments ; en premier lieu, les valeurs d'un certain nombre de variables qui définissent l'*état* de ce système ; en second lieu, les vitesses des divers points matériels dans le *mouvement local* qui anime le système. L'Énergie totale du système dépend de ces deux sortes d'éléments; les premiers seuls figurent dans l'expression de l'Énergie interne; au moyen des seconds, on forme la force vive ou Énergie cinétique. Si la position de quelque partie du système dépend de la valeur de quelqu'une des variables indépendantes, l'énergie totale du système dépend non seulement de cette variable, mais encore de sa dérivée par rapport au temps ou, selon la dénomination que nous avons adoptée, de la *vitesse généralisée* correspondante ; cette dernière apparaît dans l'expression de la force vive. Au contraire, si la valeur d'une certaine variable indépendante n'influe pas sur la position des diverses parties du système, la vitesse généralisée qui correspond à cette *variable sans inertie* n'intervient que dans la formule qui détermine l'énergie interne du système.

Ces principes sont à la racine même des diverses branches de Mécanique dont nous avons, jusqu'ici, suivi le développement; ils deviennent faux pour

les systèmes que parcourent des courants électriques.

Les propriétés que possèdent, à un instant donné, des corps parcourus par des courants électriques ne dépendent pas seulement — on le sait depuis Ampère — de la manière dont l'électricité y est distribuée à cet instant; pour fixer ces propriétés, il ne suffit pas de dire quelle est la densité électrique en chaque point d'une masse conductrice ou d'une surface limitant une telle masse; il faut dire encore quelles sont, en chaque point du conducteur, les composantes du *flux électrique* : or, donner ces composantes, c'est donner la dérivée par rapport au temps de toute densité électrique, la vitesse généralisée qui correspond à une semblable densité. Ainsi, bien que la densité électrique soit une variable sans inertie, la vitesse généralisée qui lui correspond influe sur les propriétés actuelles du système; celles-ci ne dépendent pas seulement de l'*état* du système, pas seulement de son *mouvement local;* elles dépendent, en outre, du *mouvement électrique* dont il est le siège; on doit prévoir, dès maintenant, qu'un changement de mouvement électrique correspondra à une certaine œuvre, que l'énergie du système dépendra de ce mouvement, qu'outre l'énergie interne et l'énergie cinétique, elle comprendra une *énergie électrocinétique.*

Plus nettement encore se manifestent ces idées dans l'étude des diélectriques polarisés; les propriétés d'un tel diélectrique, à un instant donné, ne sont pas entièrement fixées lorsqu'on connaît, a cet instant, la grandeur et la direction de l'*intensité de polarisation* en chaque point du milieu. Depuis

Maxwell et, surtout, depuis Hertz, personne ne doute qu'il n'y faille joindre la grandeur et la direction du *flux de déplacement*; or, les composantes de ce flux sont simplement les vitesses généralisées qui correspondent aux composantes de la polarisation. Ici encore, les propriétés du système ne sont entièrement déterminées que si l'on connaît les vitesses généralisées correspondant à certaines variables sans inertie; on doit s'attendre à l'introduction de ces vitesses généralisées dans la formule qui exprime l'énergie totale du système.

C'est donc d'une Mécanique nouvelle, distincte de celle que nous avons exposée jusqu'ici, que relèvera l'étude des systèmes parcourus par des courants électriques; si nous méconnaissions ce point, si nous essayions de construire une Électrodynamique qui découle des principes précédemment adoptés, les désaccords les plus flagrants éclateraient entre la théorie et l'expérience.

Si nous formions l'énergie d'un système électrisé en y introduisant seulement les valeurs prises à chaque instant par la densité électrique et la polarisation, sans tenir compte des vitesses généralisées relatives à ces variables sans inertie, c'est-à-dire des flux de conduction et de déplacement, nous pourrions, par les principes que nous avons posés, construire une Statique électrique qui s'accorderait pleinement avec les faits; pour passer de cette Statique à la Dynamique électrique, il nous suffirait de connaître les lois auxquelles obéissent les actions de viscosité en un système électrisé; des hypothèses très simples, admises depuis Ohm, nous fourniraient ces lois.

Les équations du mouvement de l'électricité, que nous serions alors conduits à écrire, ne seraient pas sans utilité; elles concorderaient avec celles que Kirchhoff a données pour les conducteurs métalliques à température uniforme, que W. Thomson a formées pour les chaînes thermoélectriques, que Gibbs et que Helmholtz ont appliquées aux électrolytes. Mais, exactes toutes les fois que le mouvement électrique se réduirait à un régime permanent en des conducteurs immobiles, ces équations tomberaient en défaut dès que les courants varieraient ou que les conducteurs se mettraient en mouvement; alors se produiraient des effets d'*induction électrodynamique* qu'elles ne sauraient prévoir.

Nous pourrions également tirer des principes qui nous sont familiers les forces qui tendent à déplacer ou à déformer les diverses parties du système; les forces ainsi calculées ne coïncideraient pas avec es forces réelles; parmi elles, nous ne verrions pas figurer les forces électrodynamiques dont Ampère a déterminé les lois.

Le calcul de la chaleur dégagée dans une modification, fondé sur les règles de la Thermodynamique générale, prêterait aux mêmes remarques que les actions électromotrices. Tant que des courants permanents parcourent des conducteurs immobiles, ce calcul fournirait des résultats exacts; ces résultats seraient ceux que Joule et Peltier ont observés en étudiant les conducteurs de température uniforme, que W. Thomson a découverts en traitant des corps inégalement échauffés, que Helmholtz a obtenus en développant la théorie de l'électrolyse. Mais toute variation des courants, tout

mouvement des conducteurs donnerait lieu à des phénomènes thermiques non prévus par ce calcul.

Forces électrodynamiques, actions électromotrices d'induction, dégagement de chaleur au sein des systèmes mobiles traversés par des courants variables, tels sont les effets qu'une nouvelle branche de la Mécanique doit analyser.

Un ensemble d'hypothèses simples, précisées par quelques appels à l'expérience, fournit l'expression du terme électrocinétique qui doit figurer dans l'Énergie totale[1]. L'Énergie électrocinétique une fois connue, il suffit de postuler que l'Entropie du système ne contient aucun terme électrocinétique, de même qu'elle ne contient aucun terme cinétique ; d'admettre que les actions de viscosité sont, en toutes circonstances, déterminées par les formules de Ohm, pour se trouver en pleine possession des principes de l'Électrodynamique. De ces principes, toutes les formules qui constituent cette science, toutes les lois qui régissent les forces électromotrices d'induction, les actions électrodynamiques, le dégagement de chaleur dans les corps que traversent les courants, se tirent par des procédés réguliers.

Les diverses formules dont l'ensemble compose cette Électrodynamique dépendent toutes de la considération d'une certaine grandeur, qui peut être

1. L'ordre d'exposition de l'Électrodynamique qui est indiqué ici diffère un peu de celui que nous avons suivi au tome III de nos *Leçons sur l'Électricité et le Magnétisme* (Paris, 1892), celui-là nous a paru plus naturel et plus rigoureux que celui-ci, cet ordre nouveau sera prochainement détaillé dans un écrit spécial; on y donnera les déductions mathématiques qui ne peuvent trouver place ici.

calculée lorsqu'on connaît la forme des divers corps du système et la distribution des courants de conduction ou de déplacement dont ils sont le siège. Cette grandeur, introduite en Physique par F. E. Neumann, retrouvée sous une autre forme par W. Weber, généralisée par Helmholtz, est le *Potentiel électrodynamique*. En une modification réelle ou virtuelle où chaque conducteur se déplace en entraînant les flux électriques qui les traversent, le travail des forces électrodynamiques est précisément égal à la diminution de ce Potentiel.

Or, l'Énergie électrocinétique est précisément égale à ce Potentiel *changé de signe*; cette proposition est assurément digne de remarque, car elle fait jouer au Potentiel électrodynamique un rôle bien distinct de celui que joue le Potentiel des forces électrostatiques; ce dernier figure *avec son signe* dans l'expression de l'Énergie totale du système; ainsi se marque nettement, dès l'emploi du Principe de la conservation de l'Énergie, une distinction profonde entre la Mécanique des actions électrodynamiques et la Mécanique générale.

Cette distinction essentielle ne va pas, d'ailleurs, jusqu'à exclure certains rapprochements, celui-ci, entre autres, qui est dû à Maxwell : Dans un système parcouru par des courants linéaires et uniformes, on peut, de l'Énergie cinétique, tirer les forces électrodynamiques et les forces électromotrices d'induction par des formules toutes semblables à celles qui, depuis Lagrange, servent à calculer les forces d'inertie lorsqu'on connaît l'expression de la force vive. Ce rapprochement rend

plus frappante l'analogie, déjà saisissable par ce qui précède, entre l'Énergie cinétique et l'Énergie électrocinétique ; il ne faudrait pas, cependant, en exagérer la portée ; sa généralité connaît des bornes, car il ne s'étend pas aux systèmes traversés par des courants non uniformes. Maxwell y voyait une preuve que le courant électrique est réductible au mouvement local[1] ; pour nous, il traduit surtout ce fait que l'Énergie électrocinétique est homogène et du second degré par rapport aux intensités des courants, comme la force vive est homogène et du second degré par rapport aux vitesses généralisées.

La présence d'aimants dans un système parcouru par des courants donne lieu à l'apparition d'effets électromagnétiques. On pourrait être tenté de relier l'Électromagnétisme à l'Électrodynamique en prenant comme hypothèse fondamentale l'analogie entre les aimants et les courants qu'Ampère a découverte ; chaque élément magnétique serait, en toutes circonstances, exactement équivalent à un petit courant fermé convenablement choisi. Cette méthode a été suivie par Maxwell ; elle fournit des expressions exactes pour les forces qui s'exercent entre les courants et les aimants et pour les forces électromotrices d'induction électromagnétique ; mais elle ne suffit pas toujours à déterminer les lois de l'aimantation du fer doux pour les courants, et les enseignements qu'elle fournit touchant les échanges de chaleur qui accompa-

1. Voir : Première partie, chapitre XI : *Les Théories mécaniques de l'Electricité.*

gnent cette aimantation sont contraires aux faits. Certainement, l'expression de l'Énergie du système n'est pas celle que donne une telle méthode.

La Mécanique électromagnétique peut être construite sur le même plan que la Mécanique électrodynamique et assise sur les mêmes fondements. L'Énergie totale du système s'obtiendra en prenant l'Énergie totale du système, supposé sans courant, et en y ajoutant simplement l'Énergie électrocinétique, dont l'expression nous est désormais connue. L'Entropie sera encore la même que si le système ne livrait passage à aucun courant, et les actions de viscosité seront toujours conformes aux formules de Ohm. De là, se déduiront les lois de l'induction électromagnétique, des forces qui s'exercent entre les courants et les aimants, de l'aimantation par les courants, enfin de la quantité de chaleur mise en jeu en un effet électromagnétique quelconque; et toutes ces lois s'accorderont pleinement avec les résultats de l'expérience.

Les formules ainsi obtenues dépendent toutes d'un *Potentiel électromagnétique* ; un déplacement réel ou virtuel, où les aimants entraînent leur aimantation, où les flux électriques demeurent invariablement liés aux conducteurs, donne lieu à un travail de forces qui s'exercent entre les courants et les aimants; ce travail est la diminution du Potentiel électromagnétique. Mais, fait bien digne de remarque, ce Potentiel électromagnétique ne figure aucunement dans l'expression de l'Énergie totale, puisque, par hypothèse, celle-ci ne renferme aucun terme électromagnétique. A cette proposition quelque peu surprenante, Helmholtz avait déjà

été conduit par une voie bien différente ; il l'avait tirée de la comparaison des systèmes électrodynamiques à des mécanismes monocycliques[1]; bientôt, elle fut mise en une plus vive lumière par Vaschy[2] et par nous-même[3]; elle est une de celles qui marquent le mieux le caractère singulier de la Mécanique électrodynamique et électromagnétique.

A partir des principes dont nous avons donné une sommaire description, cette Mécanique se développe avec autant de logique que d'ampleur ; Helmholtz, en d'impérissables mémoires[4], en a déroulé le merveilleux enchaînement, laissant à peine à ses successeurs le soin de vérifier quelques maillons ; en cette admirable théorie, des déductions impeccables relient aux hypothèses premières tout ce qu'ont découvert de fécond les inductions audacieuses de Maxwell ; à l'extrémité des rameaux poussés par cette nouvelle branche de la Mécanique, s'épanouit la fleur la plus brillante qu'ait produite le génie du physicien écossais, la *Théorie électromagnétique de la lumière*[5].

1. Helmholtz : *Ueber die physikalische Bedeutung des Princips der kleinsten Wirkung* (*Borchardt's Journal*, Bd CX, S. 155, 1886. — *Abhandlungen*, Bd III, S. 224).

2. Vaschy : *Traité d'Electricité et de Magnétisme*, t. I, p. 318, Paris, 1890.

3. P. Duhem : *Leçons sur l'Electricité et le Magnétisme*, t. III, p. 386 ; Paris, 1892.

4. Helmholtz : *Ueber die Bewegungsgleichungen der Elektricität für ruhende leitende Körper* (*Borchardt's Journal*, Bd LXXII, S. 57. — *Abhandlungen*, Bd I, p. 545). — *Die electrodynamischen Kräften bewegten Leitern* (*Borchardt's Journal*, Bd LXXVIII, S. 273, 1874. — *Abh.*, Bd I, p. 702).

5. P. Duhem : *Sur la théorie électrodynamique de Helmholtz et la theorie électromagnétique de la lumière* (*Arch. neerl. des Sc. exactes et nat.*, série II, t. V, p. 227, 1901).

Et, cependant, nous sommes témoins d'un étrange phénomène, qui stupéfiera dans l'avenir les historiens de la Science. Cette méthode si rigoureusement logique, qui allie, sans laisser perdre la moindre parcelle de vérité, les plus audacieuses prévisions de l'Électrodynamique moderne aux conquêtes les plus solides de Coulomb et de Poisson, n'a pas la faveur des physiciens. Plusieurs, parmi ceux-ci, semblent animés d'une sorte de haine à l'encontre des anciennes théories électriques dont la fécondité s'est manifestée, dans le domaine de la pensée comme dans le domaine de l'action, par des découvertes sans précédents. Fils ingrats, qui frappent le sein dont ils ont sucé le lait, ils brisent avec joie la tradition scientifique ; au risque de ruiner les plus sûres assises de nos connaissances touchant l'électricité et le magnétisme, ils ne veulent se réclamer que de Maxwell ; ils préfèrent ses inexplicables inconséquences[1] aux chefs-d'œuvre logiques d'un Gauss ou d'un Ampère ; ils pensent que l'exactitude d'une équation n'a plus besoin d'être démontrée lorsque cette équation se trouve dans ses écrits : *Ipse dixit.*

Si la Mécanique nouvelle ne s'opposait pas de toutes ses forces à une semblable tendance, elle cesserait de mériter le titre que portait, fièrement et légitimement, l'Ancienne Mécanique ; elle ne serait plus la *Mécanique rationnelle.*

1. P. Duhem *Les théories électriques de J. Clerk Maxwell*; Paris, 1902. — *Notes sur quelques points des théories électriques et magnétiques* (*Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 6e série, t. II, 1902).

CONCLUSION

Quatre parties de la Mécanique, distinctes les unes des autres, ont successivement attiré notre attention ; les systèmes capables de modifications réversibles, les systèmes à frottement, les systèmes à hystérèsis, enfin les systèmes parcourus par des courants ont pu être étudiés théoriquement, à la condition d'invoquer des hypothèses propres à chacune des quatre catégories, d'adopter des formules dont le type variait de l'une à l'autre.

Le domaine entier de la Mécanique se réduit-il à l'étude des quatre catégories de systèmes que nous venons d'énumérer ? Auprès des quatre troncs dont nous avons suivi la croissance et l'épanouissement, ne verrons-nous pas, quelque jour, se dresser un nouveau surgeon ? Il serait téméraire de répondre à cette question. Tout ce qu'il est permis d'affirmer, c'est qu'aucune raison logique ne permet de regarder les Mécaniques déjà ébauchées comme étant les seules Mécaniques possibles. En particulier, l'étude des diverses radiations qui,

depuis quelques années, prodigue aux expérimentateurs les occasions de découvertes, leur a révélé des effets si étranges, si difficiles à soumettre aux lois de notre Thermodynamique, que l'on verrait sans surprise une nouvelle branche de Mécanique surgir de cette étude.

Quel que soit le nombre des doctrines, distinctes les unes des autres, en lesquelles se subdivise la Mécanique nouvelle, cette multiplicité de disciplines n'est-elle pas une tare, une marque d'infériorité à l'égard de l'Ancienne Mécanique, si parfaitement une? Pour professer une telle opinion, il faudrait méconnaître les relations véritables qui unissent entre elles les diverses branches de la Thermodynamique.

Lorsque le physicien se propose de construire un système mathématique capable de figurer, avec quelque approximation, un fragment, si petit soit-il, du monde réel, il a tôt fait de reconnaître qu'il se produit partout des frottements, des altérations permanentes, des courants électriques ; il ne peut donc formuler la théorie mathématique d'un ensemble quelconque de corps sans tenir compte à la fois de toutes ces catégories de phénomènes.

Mais la complication d'une semblable théorie ne peut être qu'extrême , vouloir la construire d'emblée surpasserait les forces de l'esprit humain ; le physicien doit donc, pour aborder avec quelque chance de succès la solution du problème qui lui est posé, simplifier d'abord l'énoncé de ce problème. Il commence par faire abstraction des frottements, des altérations permanentes, des courants electriques, et par étudier ce qui reste après tous

ces retranchements. Il sait qu'il trace une représentation trop sommaire de la réalité, qu'il devra retoucher et compléter les résultats de cette première analyse ; mais il comprend aussi que cette analyse trop simplifiée est nécessaire pour qu'il puisse ensuite s'essayer à une théorie plus détaillée.

Lorsqu'il a construit cette première théorie, qui sera comme le support de ses constructions ultérieures, il reprend l'une après l'autre chacune des complications qu'il a tout d'abord négligées ; il cherche quelle modification sa représentation première doit recevoir si l'on veut qu'elle donne l'image soit des seuls effets du frottement, soit des altérations permanentes, soit des phénomènes produits par les courants. Enfin, après ces essais partiels et successifs, il est en état de reprendre les diverses parties de son œuvre, de les agencer, de les souder, d'en faire une doctrine unique dont tous les chapitres s'enchaînent logiquement.

Sur une de ces sanguines dont s'enorgueillit le Musée du Louvre, suivez le travail d'approximations successives par lequel Raphaël crée l'un des personnages qu'il peindra sur la toile ; il en trace, tout d'abord, une esquisse d'ensemble, très simplifiée ; puis il fouille successivement le détail de chacune des parties du corps, serrant ici le dessin d'une tête, là d'un bras ou d'un pied ; enfin, ce qu'il a obtenu par l'étude de ces divers morceaux, il le reprend et le fond dans une composition d'ensemble, dont l'unité fera l'admiration des siècles.

Ainsi s'est faite la Mécanique nouvelle ; une, mais complexe, elle n'a pu naître d'un seul jet ; un seul effort n'eût pas suffi à la créer, à la fois har-

monieuse dans l'ensemble et minutieuse dans les détails ; en distinguant les ébauches diverses qui ont, l'une après l'autre, préparé les diverses parties de l'œuvre définitive, nous analysons la composition de cette œuvre ; nous n'en brisons pas l'unité.

Ce n'est donc pas par défaut d'unité que la Mécanique nouvelle diffère de la Mécanique ancienne ; elle en diffère par la complexité de ses principes.

L'Ancienne Mécanique avait poussé jusqu'à l'extrême la simplification des hypothèses fondamentales ; ces hypothèses, elle les avait condensées en une supposition unique : Tout système est réductible à un ensemble de points matériels et de corps solides qui se meuvent conformément aux équations de Lagrange. Et même, avec Hertz, elle avait poussé plus loin encore et, de ses équations, biffé les forces réelles.

La Mécanique nouvelle ne se pique pas de simplifier à ce point ses principes ; lorsqu'elle le juge nécessaire, elle n'hésite pas à accroître la complication de ses hypothèses fondamentales ; elle admet, dans ses équations, des termes de diverses natures et de diverses formes, termes de viscosité, de frottement, d'hystérèsis, énergie électrocinétique, — alors que l'Ancienne Mécanique exclut de ses formules de tels symboles, contradictoires avec son principe unique.

Or, la réalité est complexe, infiniment, chaque perfectionnement nouveau des méthodes expérimentales, en scrutant plus profondément les faits, y découvre de nouvelles complications ; l'esprit humain, dans sa faiblesse, a beau s'efforcer vers une représentation simple du monde extérieur ; il

lui suffit de placer l'image en face de l'objet et de les comparer avec bonne foi pour constater que cette simplicité, si ardemment souhaitée, est une insaisissable chimère, une irréalisable utopie. Bon gré, mal gré, les enseignements de l'expérience l'obligent à reprendre en son système la complexité qu'il en avait voulu bannir. Si, en dépit de tout, il veut sauvegarder la simplicité extrême des principes fondamentaux, des lois premières du mouvement, il lui faudra compliquer à l'excès, au moyen de mouvements cachés et de masses inaperçues, la configuration géométrique des systèmes auxquels il prétend appliquer ces lois. A quel degré désespérant cette complication a dû être portée, afin de ne point renoncer à la séduisante simplicité que promettaient les explications mécaniques, nous le savons de reste.

La Mécanique fondée sur la Thermodynamique n'a point imposé à ses hypothèses essentielles la simplicité exagérée qu'exigeait l'Ancienne Mécanique ; elle a toléré qu'elles fussent plus nombreuses et plus variées, qu'elles s'exprimassent par des formules plus complexes. Cette plus grande largeur laissée au choix des principes s'est montrée heureuse et féconde. Pour obtenir un accord satisfaisant entre la réalité sensible et le schéma mathématique qui lui doit être substitué, il n'a plus été nécessaire de compliquer outre mesure ce dernier ; si les débuts de la Mécanique sont un peu moins simples que par le passé, le développement des théories physiques se poursuit avec une aisance inconnue jusqu'alors.

Cette aptitude à se mouler sur les faits et à en

épouser les moindres caractères, la Physique nouvelle l'a donc acquise en se débarrassant de certaines exigences qui guindaient l'Ancienne Mécanique. Parmi ces exigences, la première et la plus essentielle est celle qui prétendait réduire toutes les propriétés des corps aux grandeurs, figures et mouvements locaux; cette exigence, la Physique nouvelle la repousse résolument; elle admet, dans ses raisonnements, la considération des qualités; elle rend à la notion de mouvement toute la généralité que lui attribuait Aristote. Là est le secret de sa merveilleuse souplesse. Par là, en effet, elle se débarrasse de la considération de ces mécanismes hypothétiques qui répugnaient à la philosophie naturelle de Newton, de la recherche des masses et des mouvements cachés dont le seul objet est d'expliquer géométriquement les qualités; délivrée de ce labeur, que Pascal proclamait incertain, pénible et inutile, elle peut, en toute liberté, consacrer ses efforts à des œuvres plus fécondes. De même, l'Alchimie est demeurée une étude stérile tant qu'elle s'est acharnée avec obstination à résoudre tous les corps en sel, soufre, vif-argent et terre damnée; du jour où la Chimie s'est résignée à regarder comme simples les substances qu'elle ne parvenait pas à décomposer, elle est devenue une science d'une admirable fécondité.

La création de cette Mécanique fondée sur la Thermodynamique est donc une réaction contre les idées atomistiques et cartésiennes, un retour — bien imprévu de ceux-là mêmes qui y ont le plus contribué — aux principes les plus profonds des doctrines péripatéticiennes.

Ainsi, par une contre-révolution opposée à la révolution cartésienne, la Mécanique nouvelle reprend les traditions de la Physique de l'École, si longtemps et si violemment décriée; mais cette contre-révolution n'abandonne rien des conquêtes cartésiennes. Le Cartésianisme avait voulu bannir les qualités de la Physique, afin qu'on pût discourir de la Physique en langage mathématique, la Mécanique nouvelle raisonne des qualités, mais, pour en raisonner avec précision, elle les figure par des symboles numériques; fille d'Aristote, en ce qu'elle est une théorie des qualités, elle est aussi fille de Descartes, en ce qu'elle est une Mathématique universelle: en elle viennent enfin converger les deux tendances qui ont, si longtemps, sollicité la Science de la Nature en des sens opposés.

Ce trait, d'ailleurs, est, en quelque sorte, la caractéristique des transformations scientifiques dont nous venons de retracer les phases. Les systèmes mécaniques se sont succédés, nombreux et variés; mais aucun d'eux n'a disparu sans laisser un riche héritage d'idées nouvelles à celui qui l'a supplanté. Chaque travailleur avait conçu le plan d'un édifice et taillé des matériaux pour réaliser ce plan ; l'édifice s'est écroulé, mais les matériaux qui avaient servi à le bâtir figurent en bonne place dans le nouveau monument. Au travers des vicissitudes qui renversent les unes sur les autres les théories éphémères, une Idée directrice semble veiller à ce qu'aucun effort sincère vers la vérité ne demeure vain et stérile. Le créateur conscient d'une doctrine mécanique est aussi le précurseur in-

conscient des doctrines qui remplaceront celle-là. Ne citons qu'un exemple : Lagrange ne pense étudier que des systèmes où tout est figure et mouvement local; il prétend seulement laisser la plus grande indétermination possible aux grandeurs variables qui représenteront cette figure et ce mouvement; et voici qu'à son insu, il a ciselé le moule où se coulera la Physique de la qualité, qu'il a écrit les formules d'où dépendront non seulement le mouvement local, mais encore les mouvements d'altération, de génération et de corruption; tout ce qu'il y a d'essentiel dans la Statique de Lagrange se retrouve, cent ans plus tard, dans la Mécanique chimique de Gibbs.

Le développement de la Mécanique est donc proprement une *évolution* ; chacun des stades de cette évolution est le corollaire naturel des stades qui l'ont précédé; il est gros des stades qui le suivront. La méditation de cette loi doit être le réconfort du théoricien. Il serait bien présomptueux de s'imaginer que le système à l'achèvement duquel il travaille échappera au sort commun des systèmes qui l'ont précédé et méritera de durer plus qu'eux; mais, sans vaine jactance, il a le droit de croire que ses efforts ne seront pas stériles; à travers les siècles, les idées qu'il a semées et fait germer continueront à croître et à porter leurs fruits.

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

LES EXPLICATIONS MÉCANIQUES

DEUXIÈME PARTIE

LES THÉORIES THERMODYNAMIQUES

Paris. — L. Maretheux, imprimeur, 1, rue Cassette. — 4868.

In compliance with Section108 of the
Copyright Revision Act of 1976,
The Ohio State University Libraries
has produced this facsimile on permanent/durable
paper to replace the deteriorated original volume
owned by the Libraries. Facsimile created by
Acme Bookbinding, Charlestown, MA

2002

The paper used in this publication meets the
minimum requirements of the
American National Standard for Information
Sciences - Permanence for Printed Library
Materials,
ANSI Z39.48-1992.